De la 5e vers la 4e

MON LIVRET DE MATH

pour les vacances …

SOMMAIRE

ENCHAINEMENT D'OPÉRATIONS

5e ➞ 4e

Calculer une expression sans parenthèses

A savoir

Règles pour calculer une expression sans parenthèses

Règle n°1 : En l'absence de parenthèses, on effectue les additions et les soustractions de la gauche vers la droite.

Règle n°2 : En l'absence de parenthèses, on effectue les multiplications et les divisions de la gauche vers la droite.

Exercice corrigé

Méthode : Calculer une expression sans parenthèses

Calculer :

$A = 25 + 6 - 5 - 7$
$= 31 - 5 - 7$
$= 26 - 7$
$= 19$

$B = 45 : 5 \times 2 : 4$
$= 9 \times 2 : 4$
$= 18 : 4$
$= 4{,}5$

Exercice

Effectue les calculs suivants en ligne et en respectant les priorités des opérations.

$A = 3 + 19 - 7 + 2$

$B = 2{,}4 - 0{,}2 - 1 - 0{,}8$

$C = 36 \div 4 \times 8$

A savoir

Règles pour calculer une expression sans parenthèses avec des priorités

Règle n°3 : La multiplication est effectuée avant l'addition et la soustraction !

Règle n°4 : La division aussi !

Exercice corrigé

Méthode : calculer une expression avec des priorités

Calculer :

1) $3 + 4 \times 6$
$= 3 + 24$
$= 27$

2) $4 \times 7 - 8 : 2$
$= 28 - 4$
$= 24$

3) $42 - 3 + 4 \times 8$
$= 42 - 3 + 32$
$= 71$

Exercice

Effectue les calculs suivants en ligne et en respectant les priorités des opérations.

$D = 50 - 10 \times 2$

$E = 5 \times 5 - 2 \times 2$

$F = 22 - 12 \times 3$

ENCHAINEMENT D'OPÉRATIONS

$5^e \rightarrow 4e$

Calculer une expression avec parenthèses

A savoir

Exemples

1) $13 - (2 + 8) - 3$
$= 13 - 10 - 3$
$= 3 - 3$
$= 0$

2) $13 - (2 + 8 - 3)$
$= 13 - 7$
$= 6$

La place des parenthèses a une importance, elles indiquent une priorité.

Règle n°5 : On commence par effectuer les calculs entre parenthèses.

Exercice corrigé

Méthode : **calculer une expression avec des parenthèses** **(exercice résolu)**

Calculer : $13 - (2 + 4) + 3 - (17 - 8)$

$13 - (2 + 4) + 3 - (17 - 8)$ ← Règle n° 5
$= 13 - 6 + 3 - 9$ ← Règle n°1
$= 7 + 3 - 9$
$= 10 - 9$
$= 1$

Exercice

Effectue les calculs suivants en ligne et en respectant les priorités des opérations.

$G = 6 + 4 \times (27 - 7)$

$H = (11 - 4) \times (17 - 9) + 1$

$I = (14 + 18) \div 8$

A savoir

Parenthèses doubles

Règle n°6 : On commence par effectuer les parenthèses les plus intérieures.

Exercice corrigé

Méthode : calculer une expression avec des parenthèses doubles

Calculer $3 \times (8 - (4 + 1))$

$3 \times (8 - (4 + 1))$ ⟶ Règle n°6 : d'abord les parenthèses les plus intérieures

$= 3 \times (8 - 5)$

$= 3 \times (8 - 5)$ ⟶ Règle n°5 : d'abord les parenthèses

$= 3 \times 3$

$= 9$

Exercice

Effectue les calculs suivants en ligne et en respectant les priorités des opérations.

$J = (13 - (7 - 2)) \times 5 - 2$

$K = 37 - [3 \times (5 + 2) - 4]$

NOMBRES RELATIFS

Utiliser et comparer des nombres relatifs

A savoir

Qu'est ce qu'un nombre relatif ?

Les nombres supérieurs ou égaux à 0 sont les **nombres positifs**.
Ils s'écrivent avec le signe « + » ou sans signe.
Exemples : 4 ; +14 ; 25 ; …

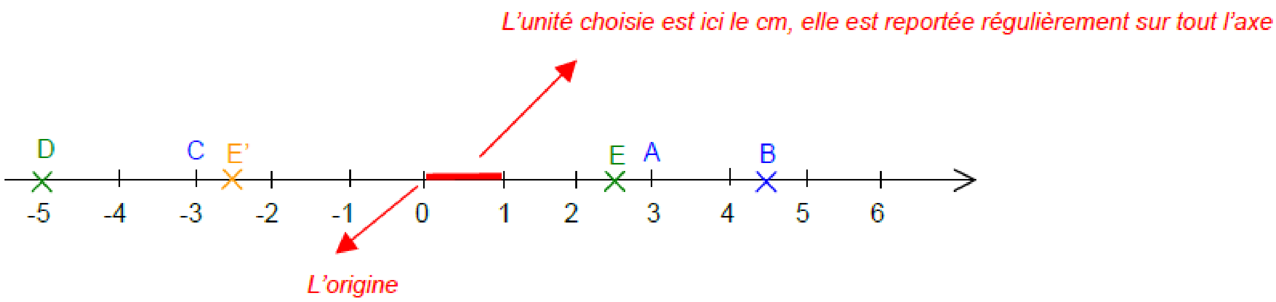
Les nombres inférieurs ou égaux à 0 sont les **nombres négatifs**.
Ils s'écrivent avec le signe « - ».
Exemples : -2 ; -11 ; –287 ; …

Les **nombres relatifs** comprennent les nombres positifs **et** les nombres négatifs.

Remarque : 0 est le seul nombre relatif à la fois positif et négatif.

A savoir

Représentation des nombres relatifs sur une droite graduée



On dit que l'abscisse de A est 3,
et on note A(3).

A savoir

Opposé d'un nombre

Définition :
Deux nombres relatifs sont **opposés** lorsqu'ils ont des signes contraires mais la même distance à zéro.

On obtient l'opposé d'un nombre en changeant son signe.

Exemples : L'opposé de 8 est -8
L'opposé de -47 est 47

Exercice corrigé

Comparaison des nombres relatifs

Rappel :

Ordre croissant (comme croître) : du plus petit au plus grand.
Ordre décroissant: du plus grand au plus petit.

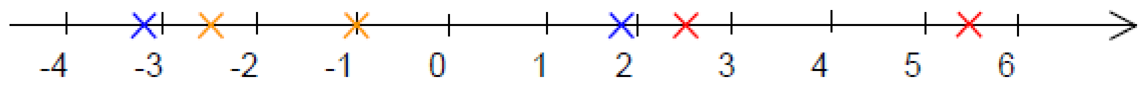
Méthode : comparer des nombres relatifs

1) Comparer :

a) 2,5 et 5,5 b) 1,8 et (-3,2) c) (-1) et (-2,5)

2) Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :
(-4,03) ; 2,5 ; (-4,3) ; (-3,4) ; 2,9

1)



a) 2,5 < 5,5 *b) 1,8 > -3,2* *c) -1 > -2,5*

Pour des nombres négatifs, la plus grande partie numérique donne le nombre le plus petit !

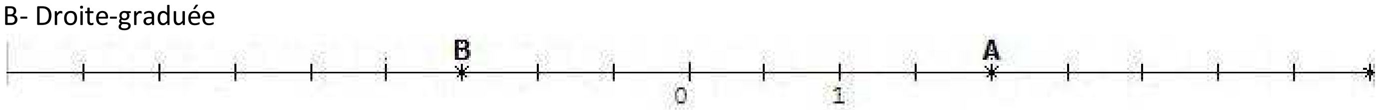
2) -4,3 < -4,03 < -3,4 < 2,5 < 2,9

Exercice

A- Compléter avec les symboles <, > ou =

75 57	−6 4	23 .... −15	−18 .... −9
4,2 42	15,8 .... −18,5	+7,5 7,5	−4,1 .... −4,3
102,6 .... −102,7	−8,7 8,7	0,56 .... −0,65	−1,99 .... −1,999
0 .... −9,75	−8,09 .... −9,08	10,001 .... −10,01	−7,01 7,01

B- Droite-graduée



1. Donner l'abscisses des points A et B
2. Placer les points G et H d'abscisses respectives -3,5 et 4.

NOMBRES RELATIFS

Additionner des nombres relatifs

A savoir

Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :

- On garde le signe commun aux deux nombres relatifs
- On additionne les distances à zéro

Exemples :
(+10) + (+5) = +15
(-4) + (-7) = (-11)

Pour additionner deux nombres relatifs de signes différents:

- On prend le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro
- On soustrait la plus petite distance à zéro à la plus grande distance à zéro de ces nombres.

Exemples :
(-7) + (+10) = +3
(-8) + (+2) = (-6)

Remarque : la somme de deux nombres opposés est toujours égale à 0.

Exemples : (-5) + (+5) = 0

Exercice

Effectue les calculs ci-dessous :

(+ 7)	+	(- 4)	=	(+ 128)	+	(- 256)	=
(+ 11)	+	(+ 13)	=	(+ 4,4)	+	(+ 1,6)	=
(- 15)	+	(- 12)	=	(- 120,3)	+	(- 205,8)	=
(- 3,7)	+	(+ 1,7)	=	(- 17,5)	+	(+ 53)	=

5^{e} ➡ 4e

NOMBRES RELATIFS

Soustraire des nombres relatifs

A savoir

Propriété : Pour **soustraire** un nombre relatif, on **ajoute son opposé**.

Exercice corrigé

Méthode : **Soustraire des nombres relatifs**

(+ 5) – **(+6)**
= (+5) **+** **(-6)**
= -1

(-7) – **(-1)**
= (-7) **+ (+1)**
= -6

Exercice

Effectue les calculs ci-dessous en détaillant les étapes :

(−20) − (+34) =

(−22) − (−53) =

(+565) − (−125) =

(+200) − (+220) =

−17 − 3 =

13 − 29 =

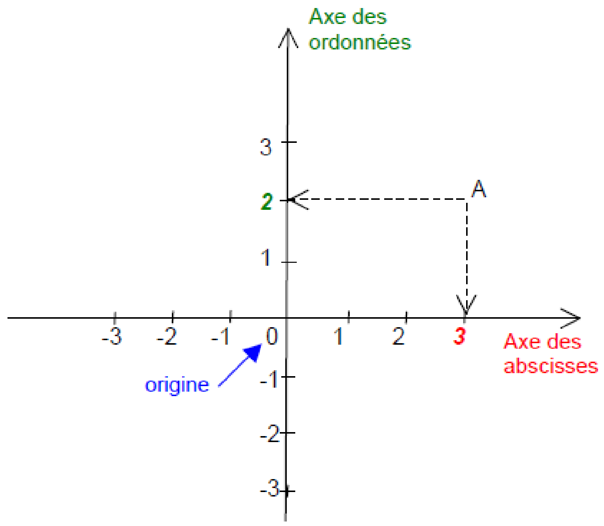
5^e ➡ 4e

NOMBRES RELATIFS

Repérer et placer un point dans un repère

A savoir

Un repère orthogonal



A savoir

Se repérer

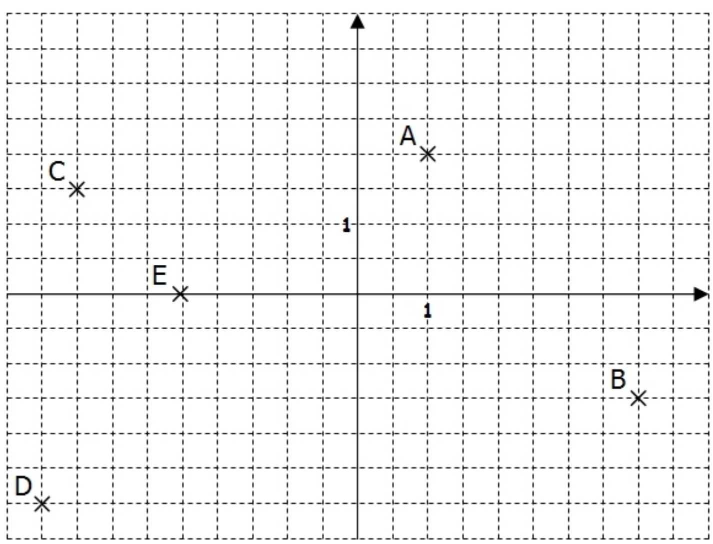
Pour le point A : **Sur l'axe des abscisses, on lit : 3**
Sur l'axe des ordonnées, on lit : 2

L'abscisse de A est : 3
L'ordonnée de A est : 2

Les coordonnées de A sont : 3 et 2

On écrit : A (3 ; 2) ***On note d'abord l'abscisse ensuite l'ordonnée.***

Exercice



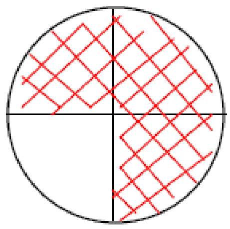
Donner les coordonnées des points A; B; C; D et E.

FRACTIONS

Différentes représentations d'une fraction

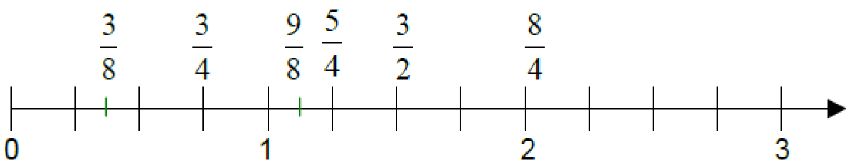
A savoir

Comme expression d'une proportion



a) Ce gâteau est partagé en 4 parts EGALES.
Je mange 3 parts sur 4
les 3 quarts
les $\frac{3}{4}$ du gâteau

b) Pour représenter la fraction $\frac{5}{4}$ il vaut mieux passer à une représentation linéaire sur une droite graduée :



A savoir

Comme quotient

La fraction $\frac{5}{4}$ est aussi un nombre décimal. Comment le trouver ? On fait :

$$\boxed{\frac{5}{4} = 5 : 4}$$

Poser la division !

$$\boxed{\frac{5}{4} = 1{,}25}$$

<u>Exemples :</u> Donner une écriture fractionnaire des nombres suivants : 2,8 ; 3,65 ; 4,001

$$2{,}8 = \frac{28}{10} \qquad 3{,}65 = \frac{365}{100} \qquad 4{,}001 = \frac{4001}{1000}$$

<u>Remarque :</u> Certaines fractions n'admettent pas d'écriture décimale.

<u>Exemple :</u> $\frac{2}{7} \approx 0{,}286$ (arrondi au millième)

5e ➡ 4e

FRACTIONS

Plusieurs écritures d'une fraction

A savoir

Fractions égales

Propriété : Un quotient $\frac{a}{b}$ ne change pas si l'on multiplie (ou divise) son numérateur **et** son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples : $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\qquad \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

A savoir

Simplifier une fraction

Simplifier une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

Exemple : $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

Remarque : quand on ne peut plus simplifier une fraction, on dit qu'elle est **irréductible**.

Exercice corrigé

Méthode : simplifier une fraction

1) Simplifier la fraction $\frac{49}{63}$.

49 et 63 appartiennent à une même table de multiplication. Laquelle ?
La table de 7, on peut donc diviser numérateur et dénominateur par 7.

$$\frac{49 \xrightarrow{:7} 7}{63 \xrightarrow[:7]{} 9} \qquad \frac{49}{63} = \frac{7}{9}$$

2) Simplifier de même les fractions suivantes : $\frac{12}{28};\frac{45}{35};\frac{63}{81};\frac{110}{132};\frac{77}{35}$

$\frac{12}{28}=\frac{12:4}{28:4}=\frac{3}{7}$ $\qquad \frac{45}{35}=\frac{45:5}{35:5}=\frac{9}{7}$ $\qquad \frac{63}{81}=\frac{63:9}{81:9}=\frac{7}{9}$

$\frac{110}{132}=\frac{110:2}{132:2}=\frac{55}{66}=\frac{55:11}{66:11}=\frac{5}{6}$ $\qquad \frac{77}{35}=\frac{77:7}{35:7}=\frac{11}{5}$

Exercice

Simplifier au maximum chacune des fractions suivantes :

a. $\frac{56}{64}$ $\qquad$ b. $\frac{63}{75}$ $\qquad$ c. $\frac{28}{49}$ $\qquad$ d. $\frac{26}{74}$

DIVISIBILITÉ

5e ➡ 4e

Critères de divisibilité

A savoir

Un nombre est divisible :

- **par 2** lorsque son chiffre des unités est **0, 2, 4, 6 ou 8**.
- **par 5** lorsque son chiffre des unités est **0 ou 5**.
- **par 10** lorsque son chiffres des unités est **0**.

Un nombre est divisible :

- **par 3** lorsque la **somme de ses chiffres** est divisible par 3.
- **par 9** lorsque **la somme de ses chiffres** est divisible par 9.
- **par 4** lorsque **le nombre formé par ses deux derniers chiffres** est divisible par 4.

Exercice

Compléter les cases du tableau suivant avec « oui » ou « non », **sans poser d'opération (et sans calculatrice):**

…est divisible par…	2	3	5	9
438	……..	……..	……..	……..
255	……..	……..	……..	……..
5562	……..	……..	……..	……..
562	……..	……..	……..	……..

$5^e \rightarrow 4e$

DIVISIBILITE

Déterminer si un nombre entier est divisible ou non

A savoir

Division euclidienne

a et b désignent deux nombres entiers positifs avec $b \neq 0$.

Effectuer la **division euclidienne** de a par b signifie déterminer deux nombres entiers positifs q et r tels que : $\mathbf{a = b \times q + r}$ **et** $\mathbf{r < b}$

q s'appelle le **quotient entier** et r s'appelle le **reste**.

EXEMPLE

On a : 155 = 4 x 38 + 3 et 3 < 4

Dans la division euclidienne de 155 par 4,

le quotient entier est 38 et le reste est 3.

Déterminer le quotient et le reste d'une division avec la calculatrice CASIO collège

écrire le dividende

puis 

puis écrire le diviseur

Déterminer le quotient et le reste d'une division avec la calculatrice TI collège

écrire le dividende

puis 

puis écrire le diviseur

A savoir

Diviseurs d'un nombre

a et b désignent deux nombres entiers positifs avec $b \neq 0$.

On dit que b est un **diviseur de** a ou que a **est divisible par** b si le **reste** de la division euclidienne de a par b est **nul**.

b est un diviseur de a signifie qu'il existe un entier k tel que $a = b \times k$ (a est dans la table de multiplication de k et de b)

EXEMPLE

- 2 est un diviseur de 18 car 18 est dans la table de 2 (18 = 2 x 9)
- 5 n'est pas un diviseur de 48 car 48 n'est pas dans la table de 5 car 5 x 9 = 45 et 5 x 10 = 50

  13 est il un diviseur de 8021 ?

  Le reste de la division euclidienne est nul donc 13 est un diviseur de 8021

  8021 = 13 x 617

REMARQUES : Tout nombre entier admet **au moins deux diviseurs**: 1 et lui-même.

CALCUL LITTERAL

Appliquer une formule

A savoir

■ Méthode : appliquer une formule

On peut calculer une expression pour une certaine valeur. Il suffit de remplacer la lettre par la valeur choisie.

Exemple : Périmètre d'un carré : $4 \times \mathbf{c}$

Périmètre d'un carré de 2 cm de côté : $4 \times \mathbf{2} = 8$

Le périmètre d'un carré de 2 cm de côté mesure 8 cm.

Exercice

Exercice : calculer $2 \times \boldsymbol{x} + 3$

- pour $\boldsymbol{x} = 1$: 2 × **…** + 3 = **…..**
- pour $\boldsymbol{x} = 4$: **…** × **…** + 3 = **…..**
- pour $\boldsymbol{x} = 6$: **…** × **…** + **…** = **…..**
- pour $\boldsymbol{x} = 50$: …………………… = …….

CALCUL LITTERAL

Tester une égalité

A savoir

Définition

Une **égalité** est une expression composée de **deux membres** séparés par **le signe d'égalité**.

Exemple : $2x + 4 = x - 1$

Exercice corrigé

Méthode : tester une égalité

- On écrit **séparément** les deux membres.
- On **remplace** chaque lettre par sa **valeur numérique**.
- On **calcule chaque membre** puis on **compare leurs résultats**.
  - ⇨ S'ils sont égaux, l'égalité est **vraie**
  - ⇨ S'ils sont différents, l'égalité est **fausse**.

Exemple 1

Tester l'égalité ci-dessous, si $x = 2$

$$\mathbf{3x - 1 = x + 3}$$

$A = 3x - 1$
$A = 3 \times 2 - 1$
$A = 6 - 1$
$\mathbf{A = 5}$

$B = x + 3$
$B = 2 + 3$
$\mathbf{B = 5}$

Puisque les deux membres de l'égalité sont **égaux**, l'égalité est **vraie** lorsque $x = 2$.

Exercice

Tester l'égalité $7x + 4 = 2x + 12$ pour $x = 4$

Tester l'égalité $4x + 3 = 3x + 4$ pour $x = 1$

CALCUL LITTERAL

Réduire une expression

A savoir

Simplification d'écriture

On peut supprimer le symbole "x" entre un nombre et une lettre ou entre deux lettres.

Exemples : $3 \times a$ s'écrit $3a$
$a \times b$ s'écrit ab
$4 \times (a - 2)$ s'écrit $4(a - 2)$
$15 + 4 \times a$ s'écrit $15 + 4a$

Attention :
- 2 x 3 ne s'écrit pas 23 !
- on écrit 2a, on n'écrit pas a2

Nombres au carré, nombres au cube :

Exemples : **3×3 s'écrit 3^2**
6×6 s'écrit 6^2
$5 \times 5 \times 5$ s'écrit 5^3
$x \times x$ s'écrit x^2 et se lit « x au carré ».
$x \times x \times x$ s'écrit x^3 et se lit « x au cube ».

A savoir

Réduire une expression

Pour réduire une expression, on rassemble et on calcule :
- **les termes constants (nombres sans lettre à côté)**
- **puis les termes en x**
- **puis les termes en puis x^2**
- **puis les termes en x^3**

Exemple:

Réduire C $= 9x^2 + 7x - 3 - 5x^2 + 9x + 4$

$C = \underbrace{9x^2 - 5x^2} + \underbrace{7x + 9x} \underbrace{- 3 + 4}$ → On **regroupe** les termes en x^2, les termes en x et les termes constants

$C = \quad 4x^2 \quad + \quad 16x \quad + \quad 1$ → On **calcule** les termes en x^2, en x et les termes constants

$\mathbf{C = 4x^2 + 16x + 1}$

STATISTIQUES

Enquête statistique : vocabulaire

Exercice corrigé

Exemple :
On a demandé aux élèves d'une classe de Cinquième leur couleur préférée.
Voici leur réponse : noir, noir, noir, noir, noir, noir, noir, noir, vert, vert, vert, vert, vert, vert, rose, rose, rose, rose, bleu, bleu, bleu, bleu, jaune, jaune.

Quelle est la **population** étudiée ? les élèves classe de Cinquième

Quel est le **caractère** étudié ? leur couleur préférée

Combien y a-t-il de valeurs prises par ce caractère ? 5 valeurs différentes : noir, vert, rose, bleu, jaune

Quel est **l'effectif total** de cette série statistique ? 24 (il y a au total 24 réponses)

Quel est l'**effectif** de la valeur "vert" ? 6 (il y a 6 élèves qui ont répondu que leur couleur préférée était le "vert")

Réalise un tableau permettant de regrouper ces informations.

couleurs	noir	vert	rose	bleu	jaune	total

Exercice

On a interrogé les élèves d'une classe de 5e au sujet de leur sport préféré.
Voici les réponses obtenues :

Football	Football	Tennis	Natation	Judo	Natation
Natation	Judo	Tennis	Football	Tennis	Natation
Football	Natation	Equitation	Football	Football	Equitation
Tennis	Football	Tennis	Judo	Football	Natation

a) Quelle est la population étudiée?
b) Quel est le caractère étudié?
c) Combien y a-t-il de valeurs prises par ce caractère?
d) Quel est l'effectif total de cette série statistique?
e) Quel est l'effectif de la valeur "Tennis" ?
f) Réalise un tableau permettant de regrouper ces informations.

STATISTIQUES

Lire et construire un tableau

Exercice corrigé

Méthode : construire un tableau simple et un tableau à double entrée

Exemple : Noé veut connaître les loisirs préférés des camarades de sa classe de 24 élèves.
Il fait une petite enquête auprès d'eux et demande à chacun de noter sur un bout de papier son activité préférée.
Il obtient les résultats suivants : **les réponses des garçons sont soulignées.**

sport	sport	cinéma	lecture	jeux vidéo	lecture
lecture	jeux vidéo	cinéma	sport	cinéma	lecture
sport	lecture	télévision	sport	sport	télévision
cinéma	sport	cinéma	jeux vidéo	sport	lecture

Il souhaite organiser ses résultats.
Pour rassembler les données de manière pratique, il va les représenter dans un tableau.

On reprend les données récupérées auprès des élèves de la classe, on obtient

Loisir préféré	sport	cinéma	lecture	jeux vidéo	télévision
Effectif	8	5	6	3	2

On lit très rapidement, que 6 élèves aiment la lecture.

Le tableau ne permet pas de distinguer les réponses données par les filles et les garçons.

Pour faire cette distinction, il aurait pu faire un **tableau à double entrée** en dissociant filles et garçons

Loisir préféré	sport	cinéma	lecture	jeux vidéo	télévision	total
filles	3	3	5	1	1	13
garçons	5	2	1	2	1	11
total	8	5	6	3	2	24

Exercice

Construire un tableau à double entrée permettant de compter le nombre d'émoticônes suivant leur couleur et leur humeur.

Exercice corrigé

Exemple :

Le professeur de SVT a relevé la taille (en cm) de tous les élèves d'une classe de cinquième.
150 – 165 – 169 – 155 – 164 – 149 – 150 – 162 – 160 – 164 – 164 – 170 – 172 – 164 – 135 – 165 – 163 – 160 – 161 - 158 – 155 – 142 – 158 – 150 – 140 – 147 – 175 – 138

Pour représenter ces données, le professeur de SVT souhaite représenter les données dans un tableau. Pour cela, il va faire un **tableau d'effectif par classe d'amplitude 10**

Taille (en cm)	$130 \leq T < 140$	$140 \leq T < 150$	$150 \leq T < 160$	$160 \leq T < 170$	$170 \leq T < 180$
Effectif	2	4	7	12	3

Remarque

Chaque donnée de la série n'appartient qu'à une seule « classe » :
L'écriture $130 \leq T < 140$ est la « classe » des élèves dont la taille T est comprise entre 130 cm et 140 cm. La valeur **130 cm est comprise dans cette classe et la valeur 140 cm n'est pas comprise dans cette classe.**

Exercice

Pour tester le fonctionnement des machines de conditionnement de bonbons gélifiés, on a réalisé une étude portant sur le poids de 25 sachets étiquetés 100 grammes.

Voici les résultats des 25 pesées (en grammes) :

100,1	100,2	101,3	99,8	97,2
98,9	99,7	103,1	100,8	97,1
102,6	99,3	100,5	100,2	98,0
100,0	99,6	99,0	100,1	101,5
99,7	98,1	99,9	100,1	101,3

Compléter le tableau en regroupant les poids des sachets en classes d'amplitude 1 gramme et en comptabilisant les effectifs correspondants.

Masse M (en g)	$97 \leq M < 98$				
Nombre de sachets					

STATISTIQUES

Lire et construire un diagramme à barres

Exercice corrigé

Méthode : construire un diagramme à barres

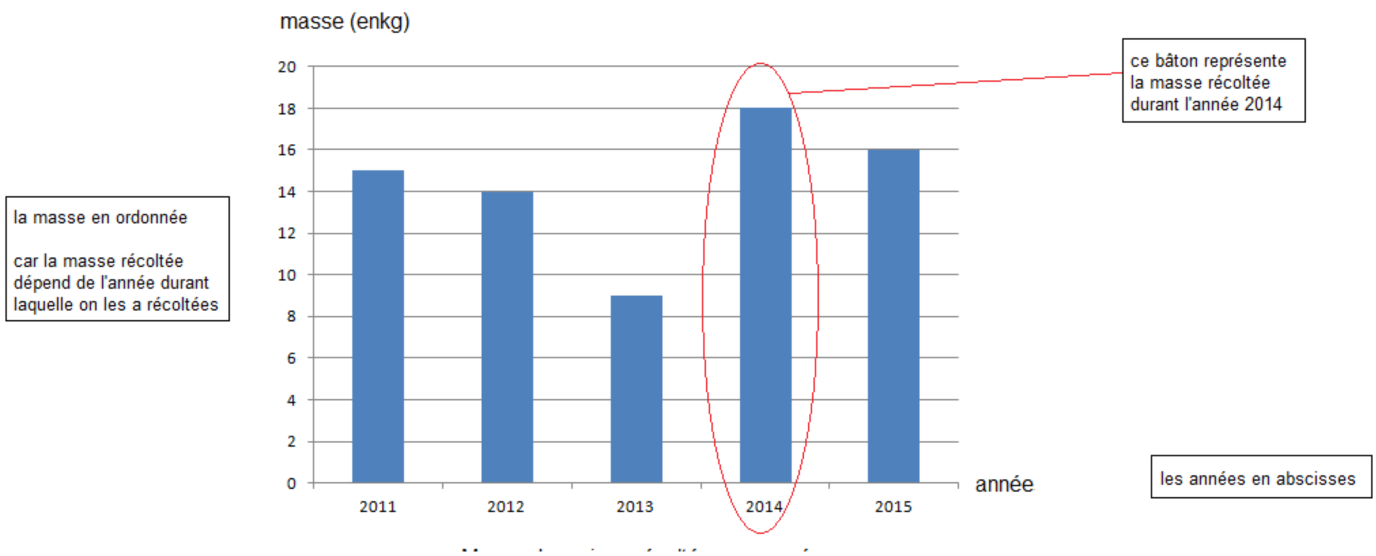
Exemple :

Mme Dupont possède un cerisier dans son jardin. Chaque année, elle note dans un tableau, la masse de cerise qu'elle récolte.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Masse (en kg)	15	14	9	18	16

Question : Représenter les données de ce tableau dans un diagramme en barres.

Il faut penser à indiquer les grandeurs ainsi que les unités sur chaque axe et donner un titre au diagramme



Exercice

Yannick a 45 albums de bandes dessinées :
15 Tintin ; 6 Boule et Bill; 10 Lucky Luke et le reste Astérix.
Représenter la répartition des BD de Yannick par un diagramme en barres.

STATISTIQUES

Lire et construire un diagramme circulaire

Exercice corrigé

Méthode : construire un diagramme circulaire

Exemple :

On a interrogé 80 personnes pour savoir où elles préfèrent passer leurs vacances.

Lieu	mer	montagne	ville	campagne	total
Nombre de réponses	40	16	20	4	80

QUESTION : Construire un diagramme circulaire représentant les réponses de ce sondage.

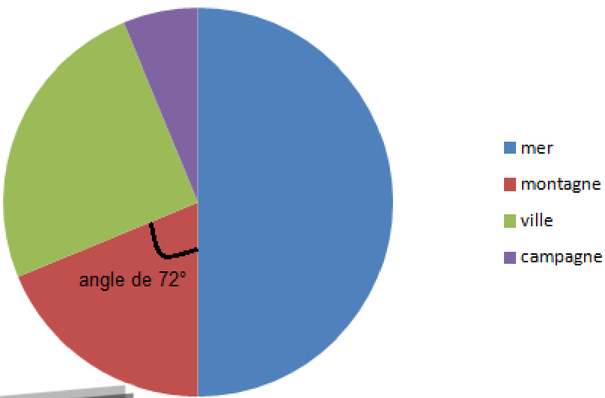
On commence par déterminer la mesure de l'angle de chaque secteur angulaire **car les angles sont proportionnels aux nombres de réponses de chaque catégorie.**

Lieu	mer	montagne	ville	campagne	total
Nombre de réponses	40	16	20	4	80
Angle (en °)	180	72	90	18	**360**

$\times \frac{360}{80} = 4{,}5$

la totalité des réponses représente le disque entier donc correspond à un angle de 360°

Pour finir, on construit un disque (de rayon quelconque car les dimensions ne sont pas précisées dans la consigne), en respectant les angles des secteurs angulaires déterminés dans le tableau précédents.



Exercice

Yannick a 45 albums de bandes dessinées: 15 Tintin; 6 Boule et Bill; 10 Lucky Luke et 14 Astérix.
Représenter la répartition des BD de Yannick par un diagramme circulaire de rayon 5 cm.

	Tintin	Boule et bill	Lucky luke	astérix	Total
Effectif					
Angle (°)					360

Exercice corrigé

Méthode : Calculer des fréquences

On souhaite comparer les résultats d'une classe de 5e à ceux réalisés lors d'une enquête nationale sur 1253 jeunes âgés de 15 à 24 ans.

Les tableaux des effectifs ne sont pas adaptés car les effectifs totaux sont différents.
La fréquence qui met en rapport l'effectif sur l'effectif total nous permettra de comparer plus facilement les deux sondages.

$$\text{Fréquence} = \frac{\textit{EFFECTIF}}{\textit{EFFECTIF TOTAL}}$$

Fréquence en % = Fréquence x 100

$\frac{2}{27} \approx 0,07$

$0,07 \times 100$
$= 7$

Classe de 5^e :

Utilisation d'Internet	*Effectif*	*Fréquence*	*Fréquence en %*
Plusieurs fois par jour	2	0,07	7
Environ une fois par jour	7	0,26	26
2 à 5 fois par semaine	8	0,30	30
Environ une fois par semaine	6	0,22	22
Une à trois fois par mois	3	0,11	11
Moins souvent	1	0,04	4
TOTAL	*27*	*1*	*100*

$\frac{551}{1253} \approx 0,44$

$0,44 \times 100$
$= 44$

Enquête nationale :

Utilisation d'Internet	*Effectif*	*Fréquence*	*Fréquence en %*
Plusieurs fois par jour	551	0,44	44
Environ une fois par jour	276	0,22	22
2 à 5 fois par semaine	288	0,23	23
Environ une fois par semaine	100	0,08	8
Une à trois fois par mois	25	0,02	2
Moins souvent	13	0,01	1
TOTAL	*1253*	*1*	*100*

On peut maintenant comparer les deux populations. On voit par exemple, que dans la classe, la proportion de jeunes utilisant Internet plusieurs fois par jour (7 %) est très faible par rapport au national (44 %).

STATISTIQUES

Calculer et interpréter la moyenne d'une série statistique

Exercice corrigé

Méthode : calculer une moyenne simple

La **moyenne** d'une série statistique est le **quotient** de la **somme** de **TOUTES les valeurs** par l'**effectif total** de cette série.

Exemple : voici les notes obtenues par Aurélie en Mathématiques au cours de l'année.

1er trimestre : 10 – 9 – 11 – 12 – 11,5 – 14 – 12

2ème trimestre : 9,5 – 11 – 12,5 – 8 – 13 – 18

3ème trimestre : 8 – 9 – 14 – 12 – 10 – 13 – 11,5

Calculons sa **moyenne annuelle** :

$$moyenne = \frac{10+9+11+\dots+10+13+11{,}5}{20} = \frac{229}{20} = 11{,}45$$

Remarque :

La **moyenne** est **toujours comprise** entre la **plus petite valeur** et la **plus grande valeur** de la série statistique.

Exercice

Voici les tailles (en cm) et les poids (en kg) d'enfants âgés de 6ans.

Taille :	125	118	121	122	121	121	124
Poids :	32	25	27	29	28	27	31

1. Calculer la taille moyenne de ces enfants
2. Calculer le poids moyen de ces enfants

Exercice corrigé

Méthode : calculer une moyenne pondérée

Le tableau présente les résultats d'une enquête donnant le nombre de livres lus par an parmi les élèves d'une classe de 5e.

Nombre	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Effectif	0	1	2	4	5	4	3	4	0	0	1	2

Calculer le nombre moyen de livres lus.

Certaines valeurs apparaissent plusieurs fois. Par exemple, la valeur 3 apparaît quatre fois dans la série. Il faut donc multiplier la valeur 3 par 4.

$$m = \frac{1+2\times2+3\times4+4\times5+5\times4+6\times3+7\times4+10+11\times2}{26} = \frac{135}{26} \approx 5{,}2$$

En moyenne un élève de la classe lit 5,2 livres par an.

Exercice corrigé

Méthode : Reconnaître une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité

QUESTION : Vérifier si les tableaux suivants représentent une situation de proportionnalité :

a)

3,2	1,3	5,4
22,4	9,1	37,8

b)

2,4	4,5	3,9
0,8	1,5	1,25

a) $22{,}4 \div 3{,}2 = 7$
$9{,}1 \div 1{,}3 = 7$
$37{,}8 \div 5{,}4 = 7$
Il s'agit d'un tableau de proportionnalité.
Le coefficient de proportionnalité est 7.

b) $2{,}4 \div 0{,}8 = 3$
$4{,}5 \div 1{,}5 = 3$
$3{,}9 \div 1{,}25 \neq 3$
Il ne s'agit pas d'un tableau de proportionnalité.

A savoir

Dans un tableau de nombres à deux lignes, on reconnait une **situation de proportionnalité** lorsque les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première par **un même nombre**.

Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exercice

Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Explique ta réponse.

2	5	6
6	15	18

10	20	30
15	30	50

3	4	5
2,4	3,2	4,1

PROPORTIONNALITÉ

Compléter un tableau de proportionnalité en utilisant le coefficient de proportionnalité

Exercice corrigé

■ Méthode : le coefficient de proportionnalité est un nombre entier ou un nombre décimal

Enoncé : 2 m² de carrelage coûte 40 €. Le prix est proportionnel à la quantité achetée.

QUESTION : Compléter le tableau

Qté en m²	1	10	12	20	25	30	40	50
Prix en €								

On détermine le coefficient de proportionnalité qui est égal à 20.
En effet : 40 ÷ 2 = 20. Ce qui signifie également que 1 m² de carrelage coûte 20 €.
Ainsi, les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première par 20.

Qté en m²	1	10	12	20	25	30	40	50
Prix en €	*20*	*200*	*240*	*400*	*500*	*600*	*800*	*1000*

x20

Exercice corrigé

■ Méthode : le coefficient de proportionnalité sous une écriture fractionnaire

QUESTION : Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Durée de location d'un jet ski	3	7,5
Prix du forfait en €	35	

3 ÷ 35 et 35 ÷ 3 **ne donnent pas de valeur exacte.**
Exprimons le coefficient de proportionnalité **sous une écriture fractionnaire** :

$35 \div 3 = \frac{35}{3}$

Durée de location d'un jet ski	3	7,5
Prix du forfait en €	35	*87,5*

$\times \frac{35}{3}$

$7{,}5 \times \frac{35}{3} = \frac{7{,}5}{3} \times 35 = 2{,}5 \times 35 = 87{,}5$

Exercice

Compléter les tableaux de proportionnalité ci-dessous :

a)

4	9		3
20		35	

b)

Masse (en kg)	6	17
Prix (en kg)	13	

PROPORTIONNALITÉ

Compléter un tableau de proportionnalité

Exercice corrigé

Méthode : compléter un tableau de proportionnalité

Exemple : Un cycliste a parcouru 50 km en 3 heures. En supposant qu'il roule toujours à la même vitesse, compléter le tableau ci-dessous :

Distance en km		100	150		110	30	
Temps en min				270			72

Solution

Comme le cycliste roule toujours à la même vitesse, il y a proportionnalité entre la distance et le temps.

Distance en km	*50*	100	150	*75*	110	30	*20*
Temps en min	*180*	*360*	*540*	270	*396*	*108*	72

x2   :2   +   x3,6

Exercice

Compéter les tableaux de proportionnalités suivants en effectuant des calculs sur les colonnes

a.

0,4	0,8	1,2	12	20
4,5		13,5		

b.

5	2,5	7,5	37,5
7			

PROPRTIONNALITÉ

5e ➡ 4e

Compléter un tableau de proportionnalité en utilisant le retour à l'unité

Exercice corrigé

Méthode : Compléter un tableau en utilisant le retour à l'unité

Exemple :
Pour faire des crêpes pour 5 personnes, on a besoin de 400g de farine, 3 œufs et 1 litre de lait.

QUESTION : Quelle quantité de farine sera nécessaire pour 4 personnes ?

Solution
Revenons à l'unité en calculant la quantité de farine nécessaire pour une personne : 400 ÷ 5 = 80g
Pour 4 personnes, il en faut 4 fois plus, soit : 4 x 80 = 320g.

On peut alors trouver la quantité de farine nécessaire pour 2, 3, 4, 5 …. personnes

Exercice

Dans un magasin, 5 noix de coco coûtent 8 €.
1. Combien coûtent 7 noix de coco ?
2. Combien coûtent 13 noix de coco ?

ECHELLE

Utiliser l'échelle d'une carte, d'un plan, d'une maquette …

A savoir

Signification

Une carte à l'échelle $\frac{1}{1000}$ signifie que :

1cm sur la carte représente 1000 cm dans la réalité.

Exercice corrigé

Méthode : **Appliquer une échelle**

Exemple :

A quelle distance réelle correspond une longueur mesurée de 8,3 cm sur une carte à l'échelle $\frac{1}{1000}$?

On complète les données de l'énoncé (toutes exprimées dans la même unité)

dans un **tableau de proportionnalité** :

Distance sur la carte (en cm)	1	8,3
Distance dans la réalité (en cm)	1000	?

8,3 x 1000 = 8300 cm = 83 m

La distance réelle est égale à 83 m.

La valeur manquante peut être calculer avec les différentes techniques pour compléter un tableau de

Exercice

Sur un plan, l'échelle est : $\frac{1}{1\,000\,000}$

1. Quelle distance sur ce plan représente une longueur réelle de 334 Km ?
2. Quelle est la distance réelle représentée par une distance de 5,6 cm sur le plan ?

METHODE : Dans le cas d'une carte, on mesure le segment qui se trouve en bas. Dans cet exemple, la longueur de ce segment sur la carte est de 1cm ce qui signifie que sur la carte 1cm correspond à 20km dans la réalité.

POURCENTAGES

Utiliser et appliquer un pourcentage

A savoir

Quelques pourcentages à connaître

Pourcentage	10%	25%	50%	75%	100%	200%	300%
revient à prendre …	le dixième	le quart	la moitié	les trois quarts	le tout	le double	le triple
ou multiplier par …	0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3

Exercice corrigé

70% des enfants aiment les mathématiques cela veut dire que :
sur 100 enfants, il y en a 70 qui aiment les mathématiques.

70%
70 pour 100
70 sur 100
$\frac{70}{100}$

Toutes les écritures ci-dessus sont égales.

Méthode : appliquer un pourcentage

Si 70% des enfants aiment les mathématiques :
sur un groupe de 30 enfants, combien d'entre eux devraient aimer les maths ?

On cherche les 70% de 30 élèves

70% de 30 $= \frac{70}{100} \times 30$

$= \frac{70 \times 30}{100}$

$= \frac{2100}{100} = 21$

Dans ce contexte, 21 enfants sur 30 devraient aimer les maths.

Exercice

Calculer :

a) 25% de 5000 dollars

b) 30% de 300 enfants

c) 10% de 800 km

d) 50% de 60 euros

e) 6% de 300 m

POURCENTAGES

Calculer une augmentation ou une réduction

Exercice corrigé

Méthode : Calculer une réduction

Un article coûte 89€. Son prix est réduit de 20%. Calculer son nouveau prix.

Méthode 1 : Réduction = 20% de 89€

$= \frac{20}{100} \times 89$

$= 0,2 \times 89$

$= 17,80€$

Nouveau prix = 89 – 17,80 = 71,20€

Remarque :
on procède de la même façon pour une augmentation, mais on fait **une addition** au lieu d'une soustraction.

Méthode 2: Nouveau prix 80% de 89€

$= \frac{80}{100} \times 89$

$= 0,8 \times 89$

$= 71,20$ €

on a fait 100 – 20

Remarque :
pour une augmentation, on aurait fait **une addition**

Méthode 3: A l'aide d'un tableau de proportionnalité :

Ancien prix :	89	100
Nouv. Prix :	x	80*
	realité↑	pour 100↑

x 0,8

on a fait 100 – 20

Remarque :
pour une augmentation, on aurait fait **une addition**

$x = 89 \times 0,8 = 71,20€.$

Exercice

Dans un magasin, un article est affiché à 28€. Lors des soldes, son prix baisse de 15%

Calcule le nouveau prix après réduction.

POURCENTAGES

Calculer un pourcentage

A savoir

Méthode: Rechercher un pourcentage

Une automobile qui coûtait 8000€ est vendue 6800€.
A quel pourcentage du prix initial correspond la remise ?

Méthode 1 : A l'aide d'un tableau de proportionnalité :

Choix des lignes pour construire le tableau de proportionnalité : observez les données de l'énoncé !

	réalité↑	pour 100↑
Ancien prix :	8000	100
Réduction :	1200*	x

x0,15

* 8000 – 6800 = 1200

x = 100 x 0,15 = 15
Le pourcentage de réduction est de 15%.

Méthode 2 :

Chercher le pourcentage de réduction revient à chercher :
« Quelle est la réduction sur 100 si dans la réalité la réduction est de 1200* sur 8000 ? »

Soit : $\frac{x}{100} = \frac{1200}{8000} = 0,15$

Donc x = 15
Le pourcentage de réduction est de 15%.

Exercice

1. Ma facture d'eau est passée de 295€ à 212€. Calculer le pourcentage de réduction ?
2. Ma facture est passée de 212€ à 295€. Calculer le pourcentage d'augmentation ?

PROBABILITÉS

Aborder des situations simples liées au hasard

A savoir

Définition : Situation liée au hasard

Une expérience est dite aléatoire lorsqu'on ne peut pas prévoir avec certitude le résultat.

Exemple :

On lance un dé et on regarde la face visible lorsque le dé s'arrête de rouler.
– Il y a 6 résultats possibles : 1, 2, 3, 4, 5, 6.
– On ne peut pas prévoir le résultat avant de lancer le dé.
– On peut refaire plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions.

Exercice corrigé

Méthode : étudier une situation liée au hasard

Sur un jeu de 13 cartes indiscernables, Léo écrit sur chaque carte une lettre du mot « mathématiques ».

M A T H E M A T I Q U E S

Ensuite Léo retourne toutes les cartes et demande à son ami Théo d'en choisir une au hasard.

1) Est-ce une expérience aléatoire ?
2) Quelle(s) lettre(s) a-t-il le plus de chance d'obtenir ?
3) Théo pense qu'il a plus de chance d'obtenir une consonne qu'une voyelle. A-t-il raison ?
4) Théo affirme qu'il a plus d'une chance sur deux de tirer une lettre appartenant à son prénom. A-t-il raison ?

1) Cette expérience est aléatoire, car :
– on connait les résultats possibles : M, A, T, H, E, I, Q, U, S ;
– le résultat n'est pas prévisible : les cartes sont retournées ;
– on peut la reproduire plusieurs fois.

2) Les lettres M, A, T, E apparaissent deux fois. Ce sont ces 4 lettres qu'il a le plus de chance d'obtenir.

3) On compte 7 consonnes : 2M, 2T, H, Q, S et 6 voyelles : 2A, 2E, I, U.
Il a raison de penser qu'il a plus de chance d'obtenir une consonne qu'une voyelle.

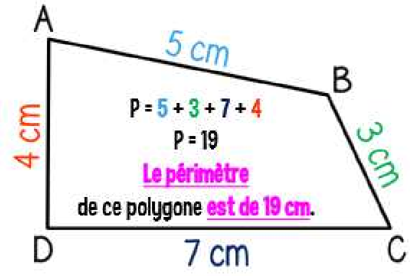
4) Le jeu contient 5 lettres appartenant à son prénom : 2T, H, 2E.
Il a donc 5 chances sur 13 d'obtenir une de ces lettres.
5 est inférieur à la moitié de 13, il a donc moins d'une chance sur deux de tirer une lettre appartenant à son prénom.
Théo a donc tort.

5e ➡ 4e

PERIMETRES et LONGUEURS

Calculer le périmètre d'une figure

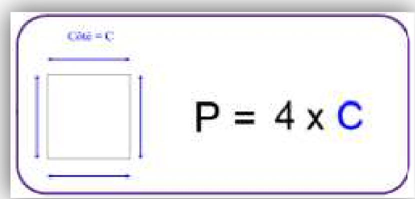
On calcule le périmètre d'un polygone en <u>additionnant</u> la longueur de tous ses côtés.

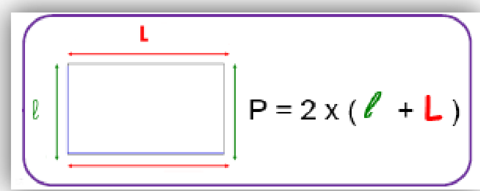


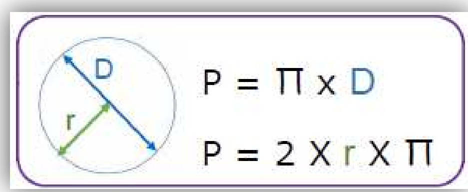
A savoir

■ Des formules pour calculer le périmètre de figures usuelles

Pour certaines figures, on peut utiliser des formules :







Exercice corrigé

■ Méthode : <u>calculer le périmètre d'un cercle en utilisant la formule</u>

<u>Exemple</u> : le périmètre d'un cercle de rayon 3cm.

P = 2 x rayon x π

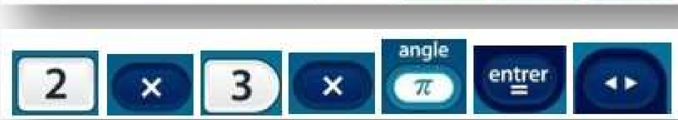
P = 2 x 3 x π (on remplace rayon par sa valeur dans la formule)

P= 6 x π cm (<u>valeur exacte</u>)

P≈ 18,8 cm (<u>valeur approchée au dixième</u>)

Avec la calculatrice CASIO

Avec la calculatrice TI

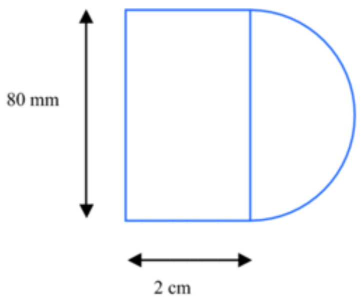


Exercice

Calculer le périmètre d'un cercle de diamètre 48 cm .
On donnera la <u>valeur approchée à 1 mm</u> près par <u>excès.</u>

Exercice corrigé

Méthode : calculer le périmètre d'une figure complexe



Etape 1 : il faut convertir toutes les longueurs dans la même unité.

80 mm = 8 cm

Etape 2 : on calcule le périmètre de la figure

P = largeur du rectangle + largeur du rectangle + longueur du rectangle + longueur du demi-cercle

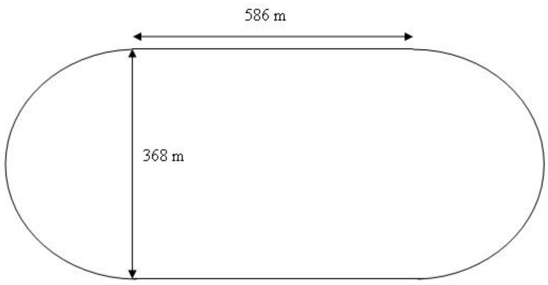
P = largeur du rectangle + largeur du rectangle + longueur du rectangle + (diamètre x π)$\div$2

$P = 2 + 2 + 8 + (8 \times \pi) \div 2$

$P = 12 + 4\pi$ cm (valeur exacte)

Exercice

Calculer le périmètre de la figure ci-dessous.
Tu donneras le résultat en mètres arrondis aux centièmes.



5e ➡ 4e

PERIMETRES et LONGUEURS

Convertir des unités de longueurs

MULTIPLES DU MÈTRE				SOUS-MULTIPLES DU MÈTRE		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

Longueur	kilomètre (km)	hectomètre (hm)	décamètre (dam)	mètre (m)	décimètre (dm)	centimètre (cm)	millimètre (mm)

x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

Exercice corrigé

Méthode : convertir des unités de longueur

1ère étape : On repère le chiffre unité du nombre que l'on doit convertir.
2ème étape: On place le chiffre unité du nombre dans la colonne de l'unité indiquée puis les autres chiffres en ne mettant qu'un chiffre par colonne.

Convertissons 18,3 dm en mm
L'unité indiquée est le dm
le chiffre unité est le 8
l'unité demandée est le mm

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	8	3	

Comme il n'y a pas de chiffre dans cette colonne (mm), nous y ajoutons un zéro (0)

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	8	3	0

Résultat : 18,3 dm = 1830 mm

Exercice

Convertir dans l'unité demandée.

13,80 m = ... cm
45 mm = ... m
24,5 km = ... m
12 000 dm = ... dam
6 372 dam = ... km
0,25 hm = ... m
2,40 m = ... mm
35 cm = ... m

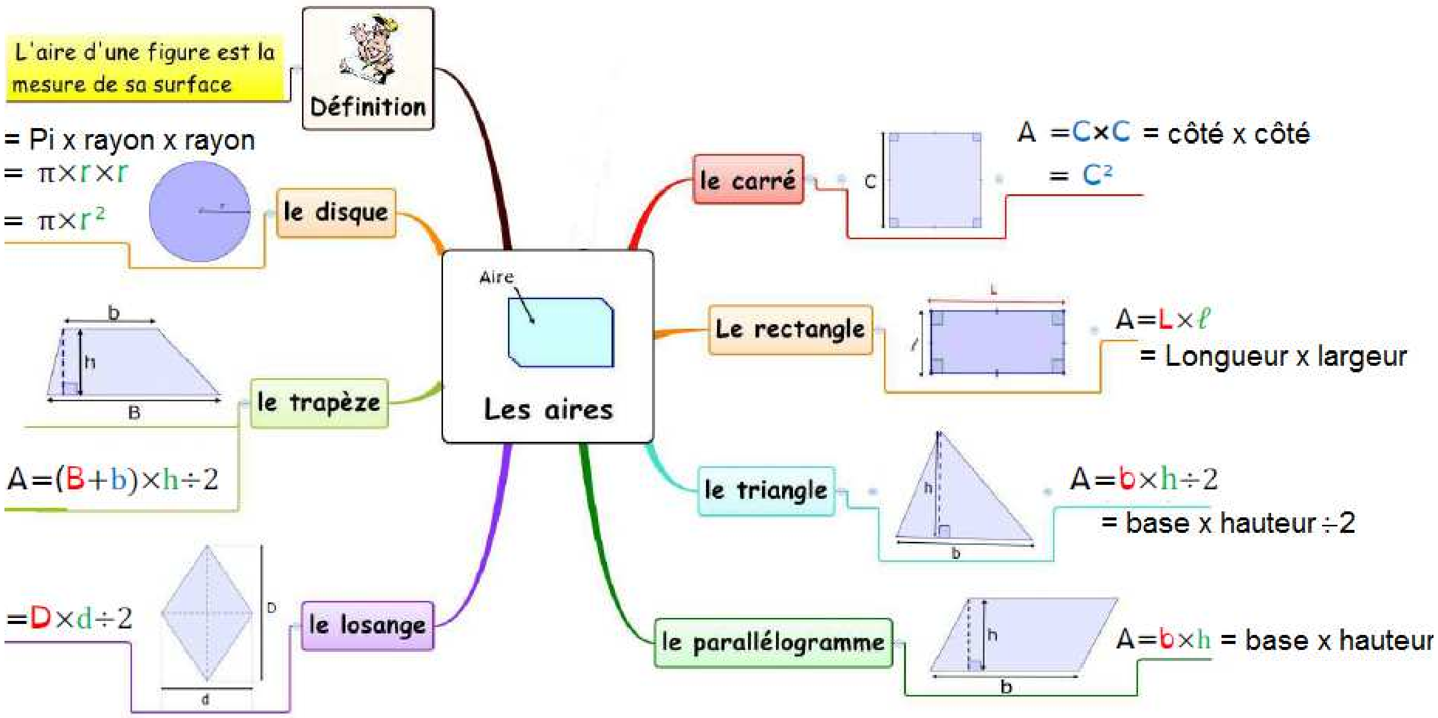
AIRES

5e ➡ 4e

Calculer l'aire d'une figure

A savoir

Les formules

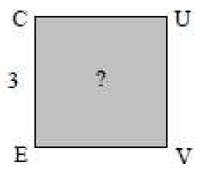


Exercice corrigé

■ Méthode : **calculer l'aire de figures usuelles en utilisant les formules**

Exemple 1 : Calculer l'aire d 'un carré CUVE de 3 cm de côté

Comme d'habitude, on fait d'abord un croquis lisible et complet !

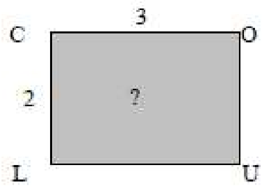


$$\mathcal{A}(\text{Carré CUVE}) = CU \times CE$$
$$= 3 \times 3$$
$$= 9 \text{ cm}^2$$

L'aire du carré CUVE est de 9 cm².

Exemple 2 : Calculer l'aire d'un rectangle COUL de longueur 3 m et de largeur 2 m.

Comme d'habitude, on fait d'abord un croquis lisible et complet !



$$\mathcal{A}(\text{Rectangle COUL}) = CO \times CL$$
$$= 3 \times 2$$
$$= 6 \text{ m}^2$$

L'aire du rectangle COUL est de 6 m²

Exemple 3 : Calculer l'aire d'un triangle rectangle COL de base 5km et de hauteur 4km

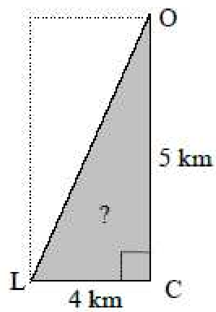
Comme d'habitude, on fait d'abord un croquis lisible complet ! Et on met un « ? » sur la surface cherchée.

$$\mathcal{A}(\text{Triangle rectangle COL}) = \frac{OC \times LC}{2}$$ On a écrit la formule avec les points de la figure.

$$= \frac{5 \times 4}{2}$$ On a remplacé les longueurs par leur valeur.

$$= 10 \text{ km}^2$$ On a calculé.

L'aire du triangle rectangle COL est de 10 km². Phrase réponse.



Exemple 4 : Calculer l'aire d'un disque de rayon 5cm.

A = **rayon** x **rayon** x π

A = 5 x 5 x π (on remplace rayon par sa valeur dans la formule)

A = 25 x π cm² (valeur exacte)

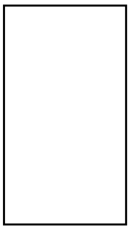
A ≈ 78,5 cm² (valeur approchée au dixième)

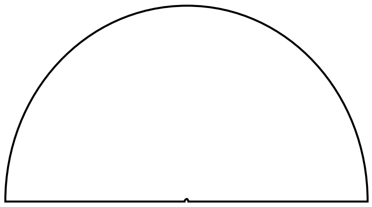
Avec la calculatrice CASIO

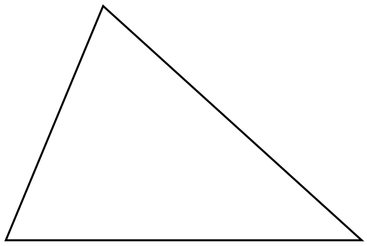
Avec la calculatrice TI

Exercice

Calculer l'aire des figures ci-dessous après avoir effectué les mesures nécessaires.



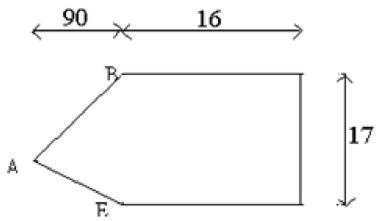




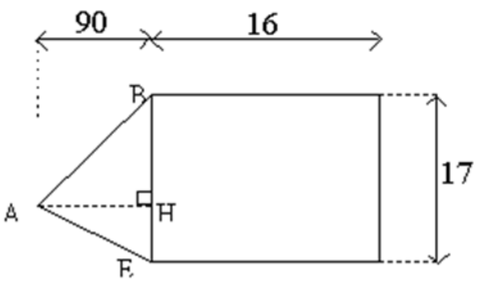
Exercice corrigé

Méthode : calculer l'aire d'une figure complexe

Exemple : Calculer l'aire de cette figure sachant que les longueurs sont exprimées en cm



Pour cela, on décompose la figure en figures usuelles (ici, un triangle quelconque et un rectangle) dont on connait les formules pour calculer l'aire.



aire du triangle = $\frac{base \times hauteur}{2} = \frac{17 \times 90}{2}$ = 765 cm²

aire du rectangle = Longueur x largeur = 16 x 17 = 272 cm²

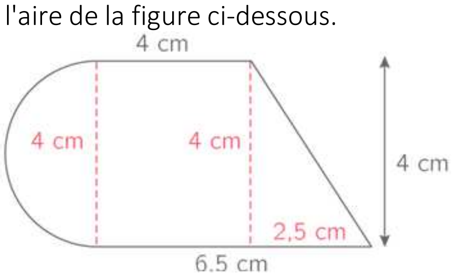
Aire de la figure = aire du triangle + aire du rectangle

Aire de la figure = 765 + 272

Aire de la figure = 1037 cm²

Exercice

Calculer l'aire de la figure ci-dessous.



$5^e \rightarrow 4e$

AIRES

Convertir des unités d'aire

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
			ha		a		ca						
d	u	d	u	d	u	d	u	d	u	d	u	d	u

	x100	x100	x100	x100	x100	x100	
Aire	kilomètre carré (km^2)	hectomètre carré (hm^2)	décamètre carré (dam^2)	mètre carré (m^2)	décimètre carré (dm^2)	centimètre carré (cm^2)	millimètre carré (mm^2)
	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	

Exercice corrigé

Méthode : convertir des unités d'aire

Convertir 12 cm² en m²

a) écrire le nombre 12 dans les cm²

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
										1	2		

b) compléter jusqu'au m² par des 0,

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
							0	0	0	1	2		

c) placer la virgule à droite du chiffre des unités.

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
							0,	0	0	1	2		

Résultat : 12 cm² = 0, 0012 m²

Exercice

Convertir dans l'unité demandée.

3 m² = ………………..cm² 7 342 cm² = ………………..m²

105 m² = ………………… cm² 3,82 hm² = ………………..m²

0,6 m² = ………………… dam² 23 dm² = ………………..mm²

VOLUMES

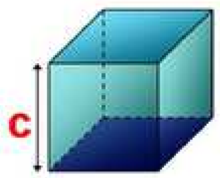
5^e ➡ 4e

Calculer le volume de solides

A savoir

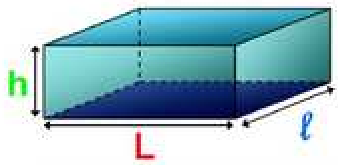
Les formules

CUBE



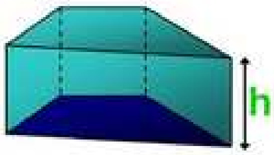
$\mathcal{V} = c \times c \times c = c^3$

PARALLELEPIPEDE RECTANGLE

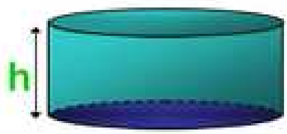


$\mathcal{V} = L \times \ell \times h$

PRISME DROIT

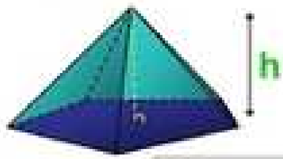


CYLINDRE DE REVOLUTION

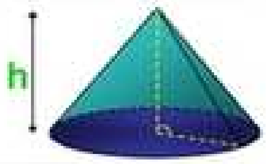


V = aire de la base x hauteur

PYRAMIDE



CONE DE REVOLUTION



$$V = \frac{aire\ de\ la\ base\ x\ hauteur}{3}$$

SPHERE-BOULE

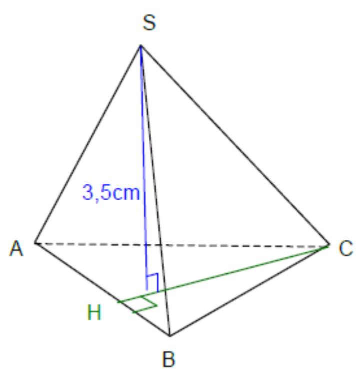
$\mathcal{A} = 4\pi r^2$

$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi r^3$

Exercice corrigé

Méthode : calculer le volume d'une pyramide

AB = 4 cm et CH = 5 cm.
La hauteur de la pyramide est de 3,5 cm
Calculer son volume arrondi au centième de cm^3.



Calcul de l'aire de la base :
La base est un triangle de hauteur CH = 5 cm.

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = 10\ cm^2$$

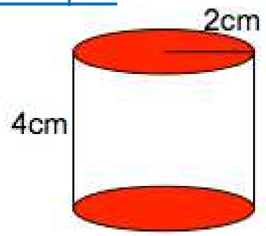
Calcul du volume de la pyramide :
La pyramide a pour hauteur H = 3,5 cm.

$$V = \frac{A \times H}{3} = \frac{10 \times 3,5}{3} = \frac{35}{3}\ cm^3 \approx 11,67\ cm^3$$

Exercice corrigé

Méthode : calculer le volume d'un cylindre

Exemple : Calculer le volume du cylindre ci-dessous :



On commence par calculer l'aire de la base qui est un disque de rayon 2 cm :

$A = \pi \times r^2 = \pi \times 2^2 \approx 12{,}56\ cm^2$

Le cylindre a pour hauteur 4 cm, on en déduit son volume :

$V = Aire\ de\ base \times Hauteur \approx 12{,}56 \times 4 \approx 50{,}24\ cm^3$

Exercice corrigé

Méthode : calculer le volume d'une boule

Exemple : Une montgolfière sphérique a un diamètre de 2,70 m.
Calculer volume de gaz qu'elle peut contenir (arrondir le résultat au m^3)

$$Volume = \frac{4\,\pi\,R^3}{3}$$

$$Volume = \frac{4 \times \pi \times 1{,}35^3}{3}$$

$Volume = \mathbf{3{,}2805\ \pi\ m^3}$ *(en valeur exacte)*

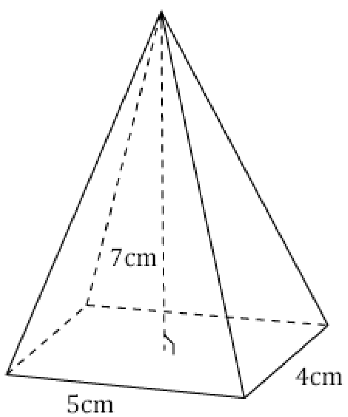
En utilisant la touche π de la calculatrice, on obtient

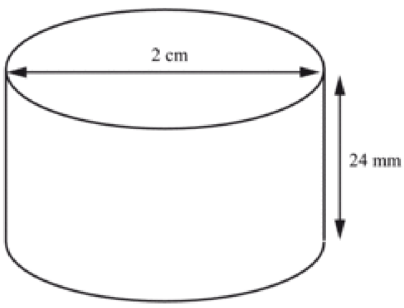
$Volume \approx 10\ m^3$

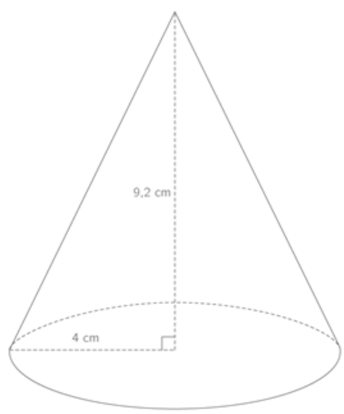
Le volume de gaz est de **10m³** environ.

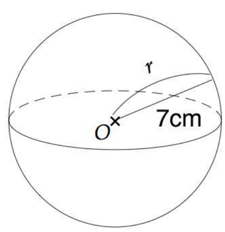
Exercice

Calculer le volume des solides ci-dessous:









VOLUMES

Convertir des unités de volumes et de contenances

km³			hm³			dam³			1 m³ = 1000l			1 dm³ = 1l			1 cm³ = 1 ml			mm³		
											kl	hl	dal	l	dl	cl	ml			

		x1000	x1000	x1000	x1000	x1000	x1000
Volume	kilomètre cube (km³)	hectomètre cube (hm³)	décamètre cube (dam³)	mètre cube (m³)	décimètre cube (dm³)	centimètre cube (cm³)	millimètre cube (mm³)
		÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000

Exercice corrigé

Méthode : convertir des unités de volume

1ère étape : On repère le chiffre unité du nombre que l'on doit convertir.

2ème étape : On place ce chiffre unité dans la colonne de DROITE de l'unité indiquée, puis les autres chiffres en ne plaçant qu'un chiffre par colonne.

Convertissons 36 780 mm³ en dm³

L'unité indiquée est le mm³

le chiffre unité est le 0

Plaçons :

- le chiffre 0 dans la colonne de droite des mm³
- puis les autres chiffres

Complétons les cases vides avec des zéros jusqu'à la colonne des dm³

dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
								0	0	3	6	7	8	0

Résultat : 36 780 mm³ = 0,03678 dm³

Exercice

Convertir dans l'unité demandée.

13,80 cm³ = ... dm³ 150 dm³ = ... dam³

45 m³ = ... dm³ 6 372 dm³ = ... mm³

24,5 cm³ = ... mm³ 0,25 m³ = ... cm³

12 000 mm³ = ... dm³ 2,40 dm³ = ... m³

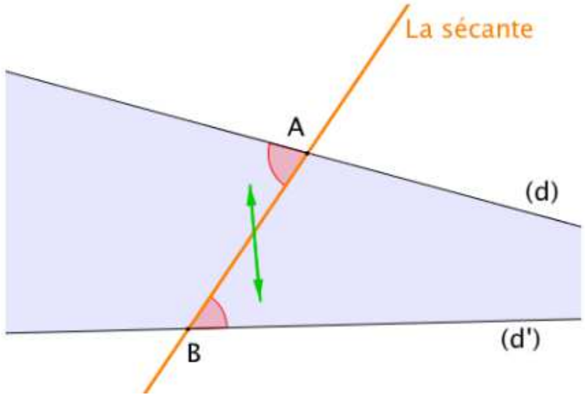
Démontrer que des droites sont parallèles avec les angles alternes-internes

A savoir

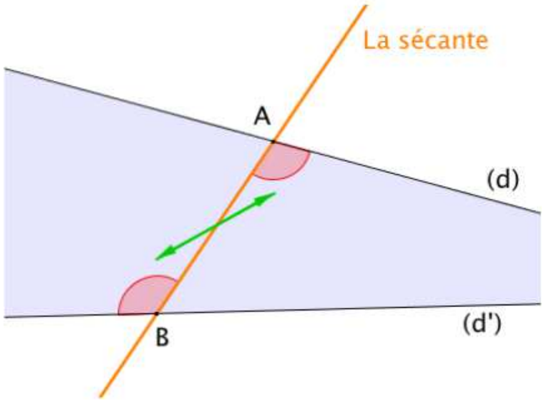
Angles alternes internes

On dit que les deux angles marqués en rouge sont alternes-internes.
En effet :

- ils se trouvent à l'intérieur (interne) de la bande formée par (d) et (d'),
- ils sont de part et d'autre (alternes) de la sécante.



Remarque:
Deux droites et une sécante déterminent deux couples d'angles alternes-internes.
Ainsi, sur la figure précédente, on peut trouver deux autres angles alternes-internes.



A savoir

Propriétés

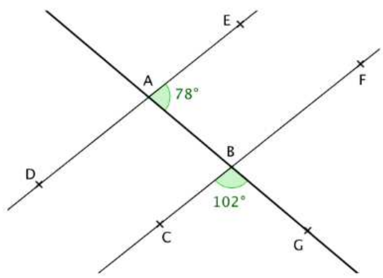
Propriété : Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles alternes-internes qu'elles forment ont même mesure.

Propriété :
Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure alors ces droites sont parallèles.

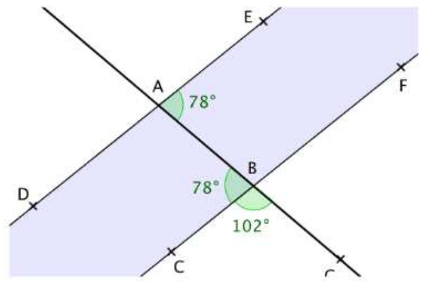
Exercice corrigé

Appliquer les propriétés de parallélisme sur les angles alternes-internes

Sur la figure, les droites (DE) et (CF) sont-elles parallèles ?

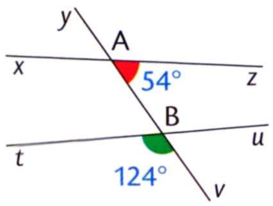


L'angle ABG est plat donc :
$\widehat{ABC}$= 180 –102 = 78°.
Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAE}$ sont alternes-internes et égaux.
Propriété : Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure alors ces droites sont parallèles.
On en déduit que les droites (DE) et (CF) sont parallèles.

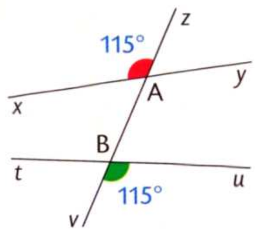


Exercice

Sur la figure ci-dessous,
les droites sont-elles parallèles ?



Sur la figure ci-dessous,
les droites sont-elles parallèles ?



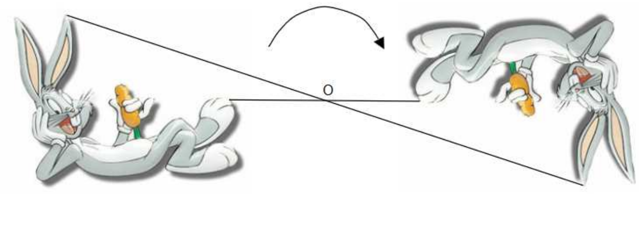
SYMÉTRIE CENTRALE

Symétrique d'une figure et d'un point

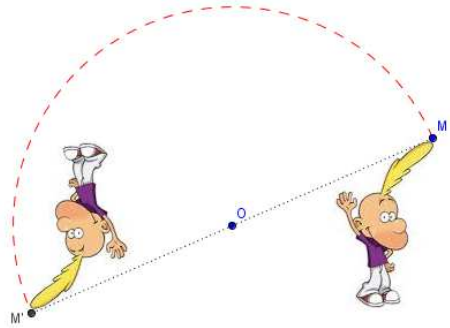
A savoir

■ Définition : Symétrique d'une figure

Deux figures sont symétriques par rapport à O lorsqu'elles sont superposables par un demi-tour de centre O.



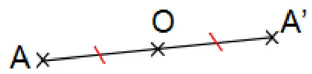
source image : http://www.maths-et-tiques.fr/



A savoir

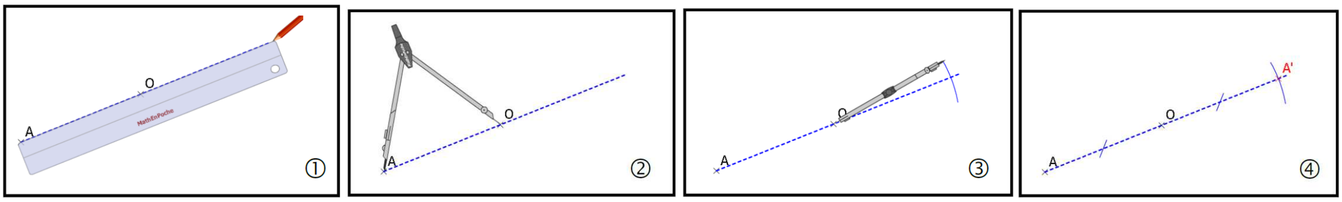
■ Définition : Symétrique d'un point

A' est le symétrique du point A par rapport à O revient à dire que O est le milieu de [AA'].



Exercice corrigé

■ Méthode : Construire l'image d'un point par symétrie centrale **avec la règle non graduée et le compas**



①A la règle non graduée, on trace la **demi-droite d'origine A** passant **par O**.
② Au **compas**, on prend pour **écartement la distance du point A au point O**.
③ On **reporte cet écartement** de **l'autre côté de O.**
④On marque le point A' et on code **l'égalité de longueur**.

Exercice

Construis à la règle et au compas les symétriques des points A, B et C par rapport à O.

SYMÉTRIE CENTRALE

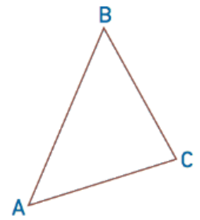
Construire le symétrique d'une figure

Exercice corrigé

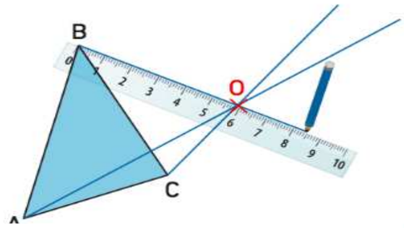
Méthode : Construire l'image d'une figure par symétrie centrale

Exemple : *(source : http://www.maths-et-tiques.fr/)*

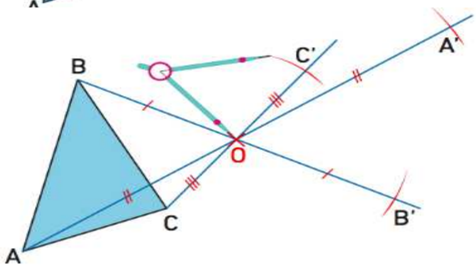
Construire le symétrique du triangle ABC par rapport à un point O.



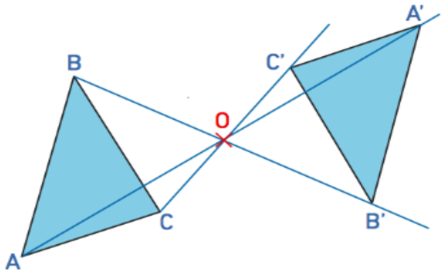
Pour construire le symétrique du triangle ABC par la symétrie de centre O, on construit les symétriques A’, B’ et C’ des points A, B et C par cette symétrie. Pour cela, on commence par tracer les demi-droites [AO), [BO) et [CO)



Sur chaque demi-droite, on reporte la distance entre le point O et le point dont on veut tracer le symétrique.

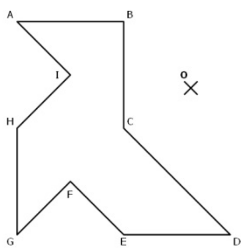


On relie les points A’, B’ et C’ et on obtient la figure symétrique A’B’C’ du triangle ABC.



Exercice

Construis le symétrique de cette figure par rapport au point O.



A savoir

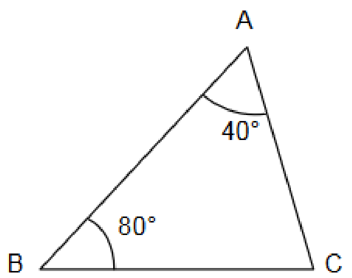
■ Règle des 180°

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.

Exercice corrigé

■ Méthode : Appliquer la règle des 180°

Exemple : ABC est un triangle tel que $\widehat{ABC}$= 80° et $\widehat{BAC}$= 40°.
Calculer $\widehat{BCA}$.



Dans le triangle ABC, on connaît déjà deux angles.

Leur somme est égale à : 40 + 80 = 120°.

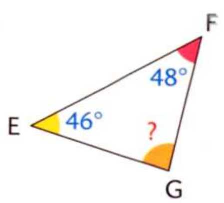
La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°,

donc: $\widehat{BCA}$= 180 –120
$\widehat{BCA}$= 60°.

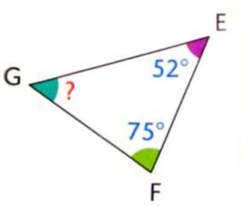
Exercice

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$.

a.



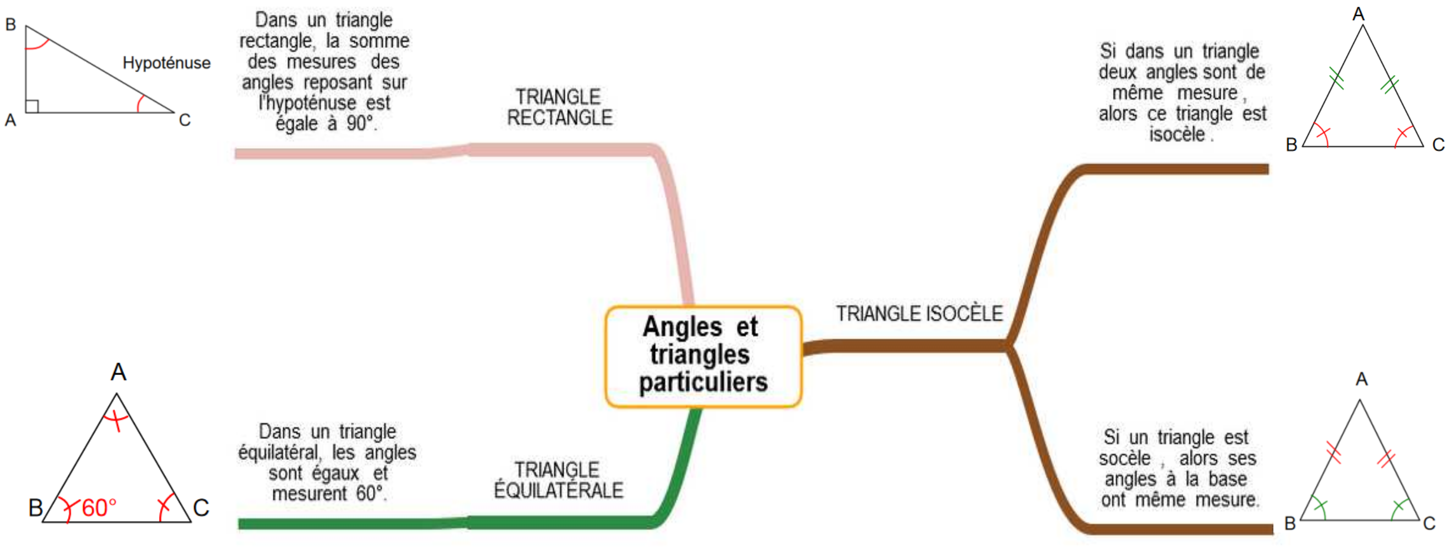
b.



2. Un triangle DEF est tel que $\widehat{DEF}$ = 53° et $\widehat{EFD}$ = 36°.
Le triangle DEF est-il rectangle ?

A savoir

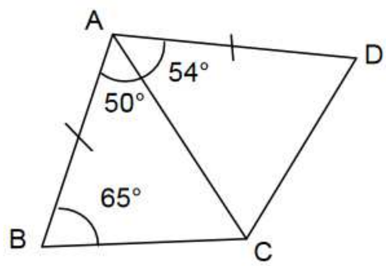
Angles et triangles particuliers



Exercice corrigé

Calculer des angles dans un triangle isocèle

1) Quelle est la nature du triangle ABC ?
2) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADC}$.



1. Dans le triangle ABC, on connaît déjà deux angles.
   Leur somme est égale à : 50 + 65 = 115 °.
   La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°,
   donc: $\widehat{BCA}$= 180 –115= 65°.
   Deux angles du triangle sont de même mesure donc ABC est isocèle en A.

2. D'après la question 1), on sait que AB = AC
   Et comme AB = AD, alors AC = AD.
   Donc ADC est isocèle en A et donc ses angles à la base sont égaux: $\widehat{ACD}$=$\widehat{ADC}$.
   La somme des angles à la base est égale: 180 – 54 = 126°.
   Donc $\widehat{ACD}$=$\widehat{ADC}$= 126: 2 = 63°.

TRIANGLES

5e ➞ 4e

Déterminer si un triangle est constructible en utilisant l'inégalité triangulaire

A savoir

Propriété : Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.
Cette propriété est appelée inégalité triangulaire.
Quels que soient les points A, B, C du plan, on a : $AC \leq AB + BC$

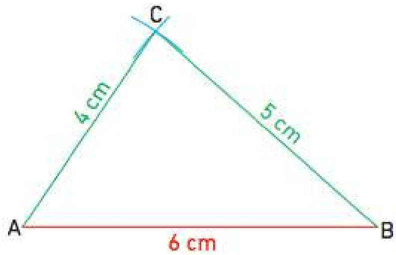
Conséquence de la propriété : Pour qu'un triangle soit constructible, il faut que la longueur du plus grand côté soit inférieure à la somme des deux autres

Exercice corrigé

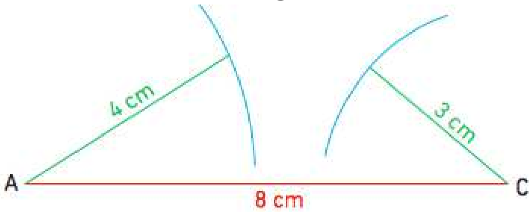
Méthode : Appliquer l'inégalité triangulaire

Dans chaque cas, dire si le triangle ABC est constructible.
a) AB = 6cm, AC = 4cm et BC = 5cm **b)** AB = 4cm, AC = 8cm et BC = 3cm **c)** AB = 2cm, AC = 3cm et BC = 5 cm

a) La plus grande longueur du triangle est AB = 6 cm.
La somme des deux autres longueurs est : AC + BC = 4 + 5 = 9 cm.
Donc AB < AC + BC.
Comme la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres,
on peut construire le triangle ABC ayant pour côtés ces trois longueurs.



b) La plus grande longueur est AC = 8 cm.
La somme des deux autres longueurs est : AB + BC = 4 + 3 = 7 cm.
Donc AC > AB + BC.
Comme la plus grande longueur est supérieure à la somme des deux autres, on ne peut pas construire le triangle ABC ayant pour côtés ces trois longueurs.



c) La plus grande longueur est BC = 5 cm.
La somme des deux autres est : AB + AC = 2 + 3 = 5 cm. Donc BC = AB + AC.
Comme la plus grande longueur est égale à la somme des deux autres longueurs, les points A, B et C sont alignés.

Exercice

Le triangle LMN tel que LM =7,3cm; MN= 2,8cm et LN = 3,7 cm est-il constructible ?
Si oui, le construire.

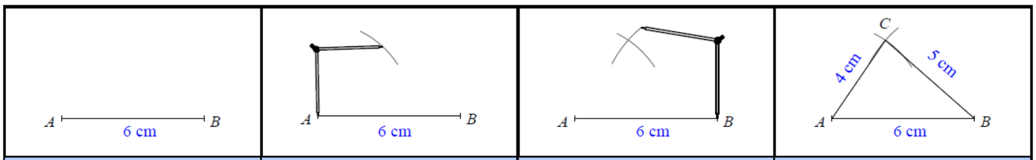
TRIANGLES

Construire un triangle

Exercice corrigé

Construction d'un triangle en connaissant les longueurs des trois côtés

☞ Tracer un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm, $AC = 4$ cm, $BC = 5$ cm.

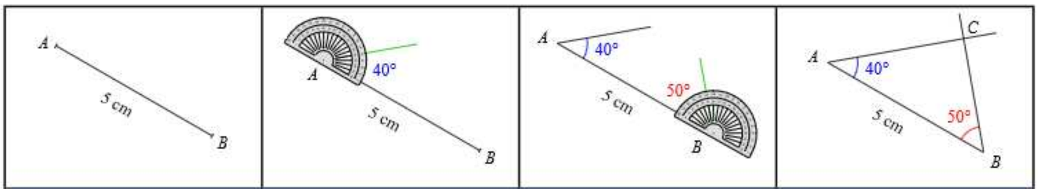


Tracer $[AB]$.	Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon 4 cm.	Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon 5 cm.	Nommer C et tracer $[AC]$ et $[BC]$.

Construction d'un triangle en connaissant un ou deux angles

- Connaissant la longueur d'un côté et les deux angles adjacents à ce côté

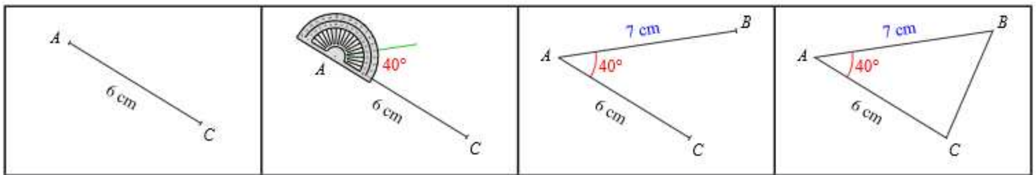
☞ Tracer un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm, $\widehat{A} = 40°$ et $\widehat{B} = 50°$.



Tracer $[AB]$.	Tracer l'angle $\widehat{A}$.	Tracer l'angle $\widehat{B}$.	Terminer le tracé et nommer le point C.

- Connaissant un angle et les longueurs des deux côtés qui lui sont adjacents

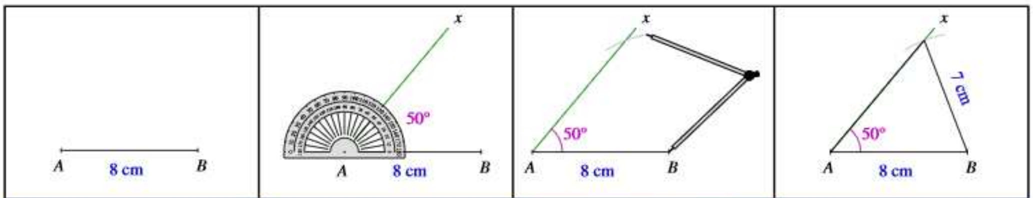
☞ Tracer un triangle ABC tel que $\widehat{A} = 40°$, $AC = 6$ cm et $AB = 7$ cm.



Tracer $[AC]$.	Tracer l'angle $\widehat{A}$.	Tracer $[AB]$.	Terminer le tracé.

- Connaissant un angle et deux côtés qui ne lui sont pas adjacents

☞ Tracer le triangle ABC tel que $\widehat{A} = 50°$, $AB = 8$ cm et $BC = 7$ cm.



Tracer un segment $[AB]$ de longueur 8 cm.	Tracer une demi-droite $[Ax)$ telle que $\widehat{BAx} = 50°$.	Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon 7 cm : il coupe $[Ax)$ en C.	Terminer le tracé.

Exercice

Dans chaque cas, construire la figure en vraie grandeur.

a- DEF un triangle tel que EDF = 115°, DE = 7,5cm et DF = 10 cm.

b- JIH est un triangle tel que JIH = 40°, IJH = 70° et IJ = 5cm.

c- KLM est un triangle isocèle en K tel que ML = 5cm et KM = 4cm.

Pense à faire un schéma à main levée avant de te lancer dans la construction en vraie grandeur

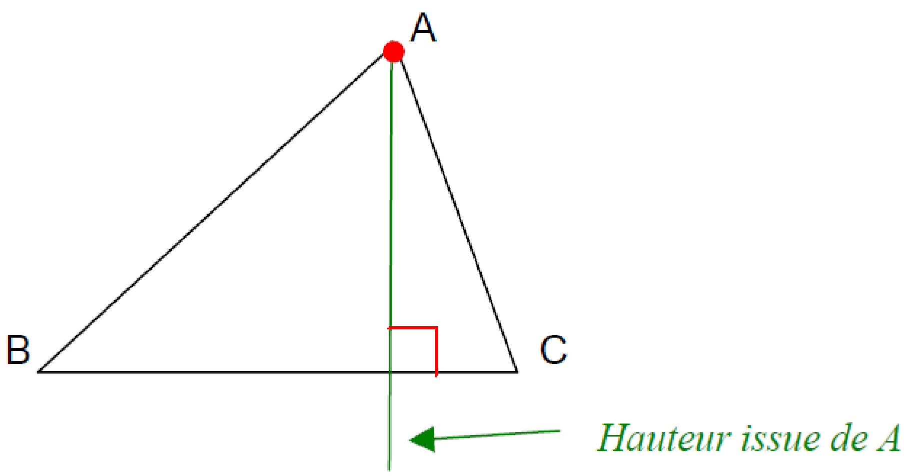
TRIANGLES

Hauteurs dans un triangle

A savoir

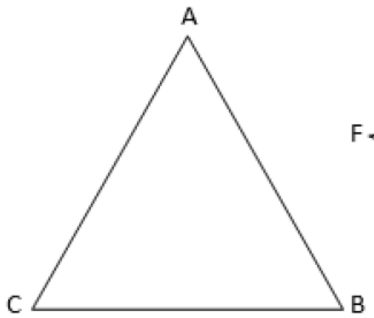
Définition

Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

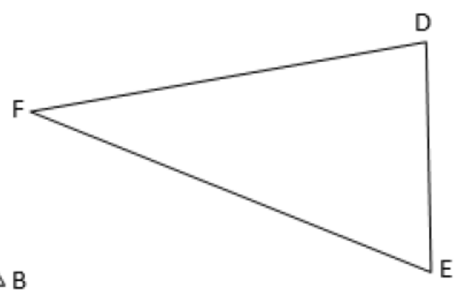


Exercice

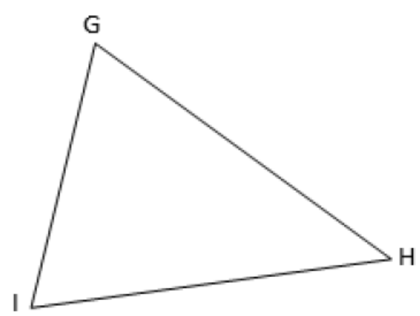
1. Trace la hauteur issue du sommet A



2. Trace la hauteur issue du sommet E



3. Trace la hauteur issue du sommet I



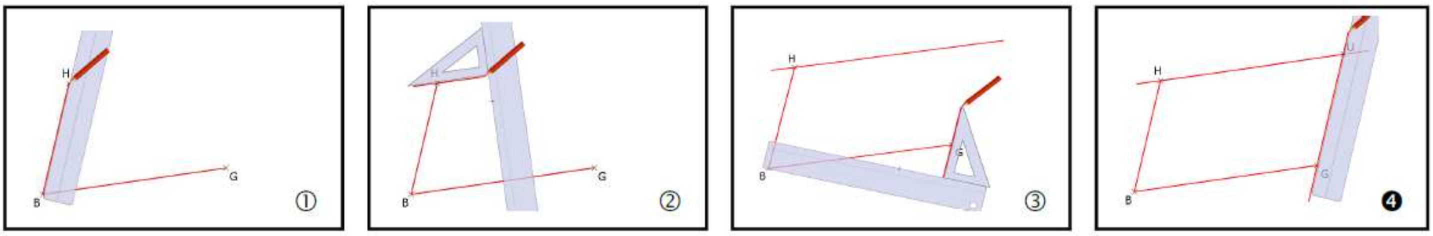
PARALLÉLOGRAMMES

Construire un parallélogramme

Exercice corrigé

Méthode : <u>Construction du parallélogramme</u> **<u>avec la règle et l'équerre</u>**

<u>Exemple</u> : Construction d'un parallélogramme BGUH (B, G et H sont donnés)



source : http://mathsb.free.fr

① A la règle, on trace les **côtés** [BG] et [BH].

② A la règle et à l'équerre, on trace la **parallèle** à **(BG)** passant par **H**.

③ A la règle et à l'équerre, on trace la **parallèle** à **(BH)** passant par **G**.

Exercice

Trace le parallélogramme JOAN avec la <u>règle et l'équerre</u>.

x J

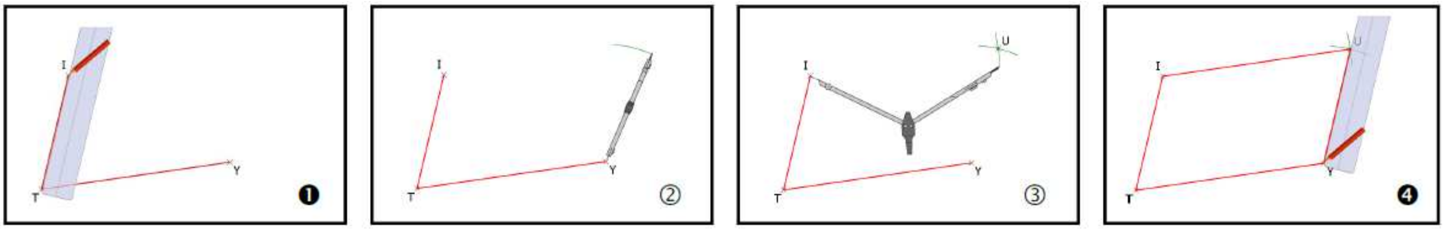
x A

x O

Exercice corrigé

■ Méthode : Construction du parallélogramme **avec le compas et la règle**

Exemple : Construction d'un parallélogramme TYUI (T, I et Y sont donnés)



② Au compas, on reporte la longueur **TI** à partir du sommet **opposé** Y.

③ Puis on reporte la longueur **TY** à partir du sommet I et on marque **U**.

source : http://mathsb.free.fr

Exercice

Trace le parallélogramme NOEL avec le compas et la règle.

x O

x E

x N

ESPACE et GÉOMÈTRIE

5e ➡ 4e

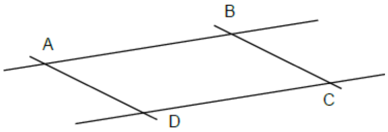
PARALLELOGRAMMES

Propriétés du parallélogramme

A savoir

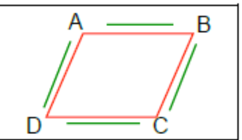
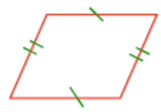
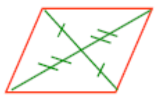
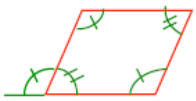
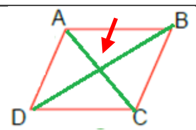
Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.



A savoir

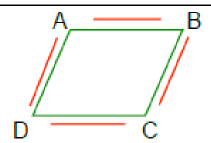
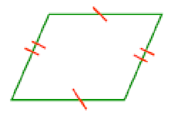
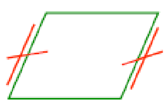
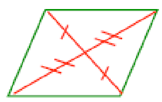
Propriétés du parallélogramme

PROPRIETE P1:	Si ABCD est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.	
PROPRIETE P2:	Si ABCD est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur.	
PROPRIETE P3:	Si ABCD est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.	
PROPRIETE P4:	Si ABCD est un parallélogramme alors ses angles opposés sont égaux et ses angles consécutifs sont supplémentaires.	
PROPRIETE P5:	Si ABCD est un parallélogramme alors le point d'intersection de ses diagonales est centre de symétrie.	

A savoir

Propriétés réciproques du parallélogramme

ABCD est un quadrilatère non croisé.

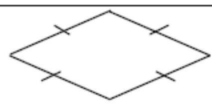
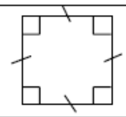
PROPRIETE P6: *(Récip. de P1)*	Si ABCD a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.	
PROPRIETE P7: *(Récip. de P2)*	Si ABCD a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.	
PROPRIETE P8:	Si ABCD a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.	
PROPRIETE P9: *(Récip. de P3)*	Si ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.	

PARALLÉLOGRAMMES

Propriétés des parallélogrammes particuliers

A savoir

Définitions

RECTANGLE	Un rectangle est un quadrilatère qui possède quatre angles droits.	
LOSANGE	Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.	
CARRE	Un carré est un quadrilatère qui possède quatre angles droits et qui a ses quatre côtés de même longueur.	

A savoir

Propriétés

Rectangles, losanges et carrés sont des parallélogrammes particuliers, donc ils possèdent les propriétés du parallélogramme.

PROPRIETE R1:	Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle.
PROPRIETE R2:	Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.
PROPRIETE L1:	Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.
PROPRIETE L2:	Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

MÉDIATRICE

5e ➞ 4e

Propriétés caractéristiques de la médiatrice d'un segment

A savoir

Propriété caractéristique

SI un **point appartient** à la **médiatrice** d'un segment
ALORS ce **point** est **équidistant** des **extrémités** de ce segment.

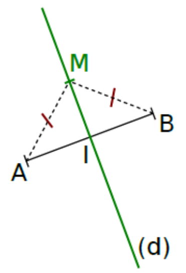
Illustration:

je sais que : * (d) est la **médiatrice** de [AB] ;
* M ∈ (d).

DONC je peux dire que : **MA** = **MB**.

C'est à dire : M est **équidistant** de **A** et de **B**.

Ou encore : M est à la **même distance** de **A** et de **B**.



A savoir

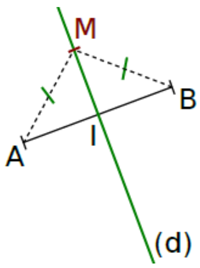
Propriété (réciproque)

SI un **point** est **équidistant** des **extrémités** d'un segment
ALORS ce **point appartient** à la **médiatrice** de ce segment.

Illustration:

je sais que : * (d) est la **médiatrice** de [AB] ;
* MA = MB.

DONC je peux dire que : **M ∈ (d)**.



Exercice

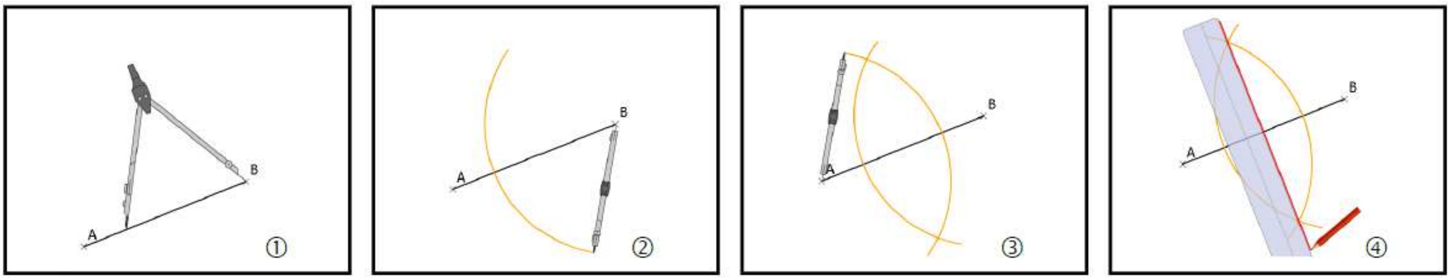
a- Trace un segment [AB] de longueur 6cm. Construis sa médiatrice (d).
b- Place un point M sur la droite (d) tel que AM = 5cm.
c- Quelle est la longueur BM ? Justifie.

MÉDIATRICE

Construire la médiatrice d'un segment

Exercice corrigé

■ **Méthode :** Construction avec **le compas et la règle**



source : http://mathsb.free.fr

① Au **compas**, on choisit un **écartement supérieur** à la **moitié** de la longueur du segment [AB].

② On **trace** un **arc** de **cercle** de **centre B de part et d'autre** de [AB].

③ On conserve le **même écartement** pour **tracer** un **arc** de **cercle** de **centre A**.

④ A la **règle** (non graduée), on **trace** la droite passant par les **points** d'**intersection** des deux **arcs**.

Exercice

1- Trace un segment [RS] de 6,3 cm

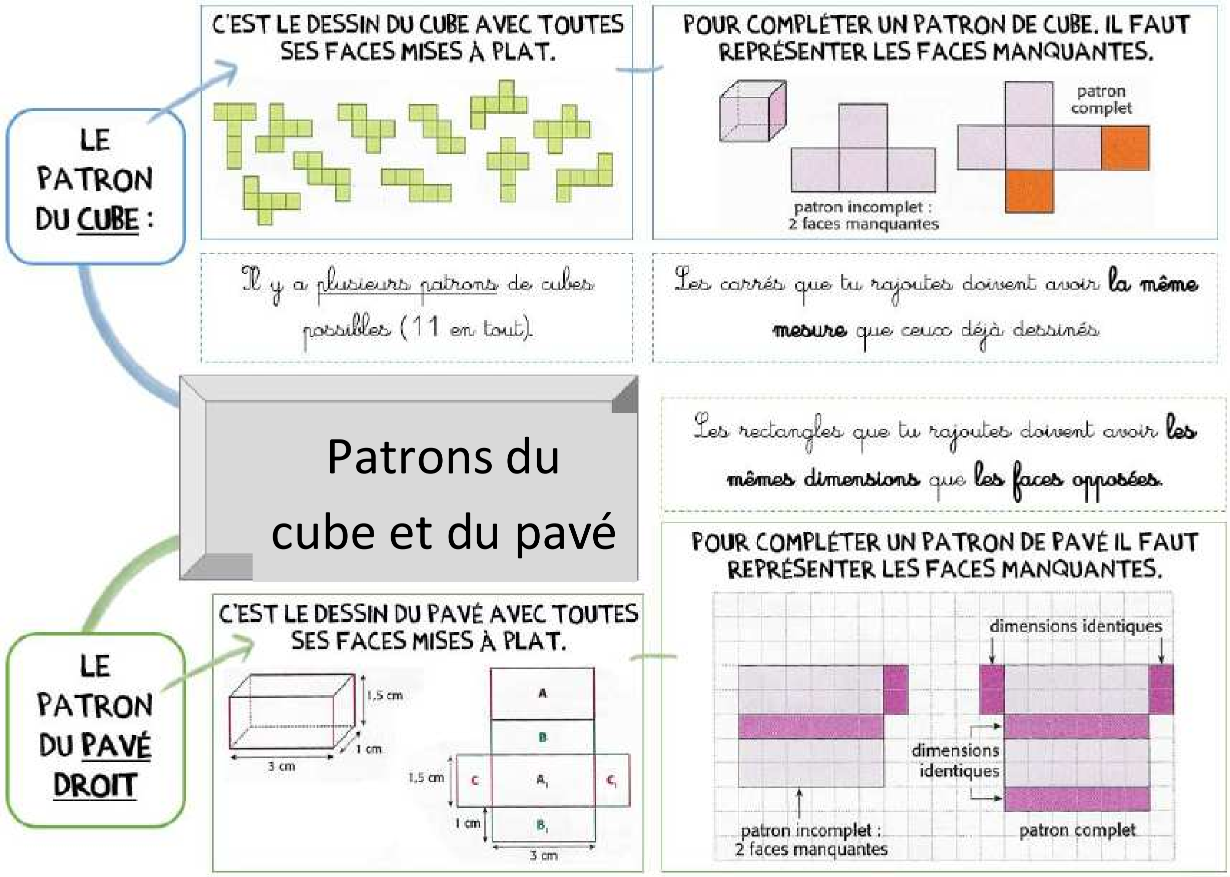
2- Construis la médiatrice (d) du segment [RS] avec le **compas** et **la règle.**

ESPACE

$5^e \rightarrow 4e$

Construire les patrons d'un cube et d'un pavé droit

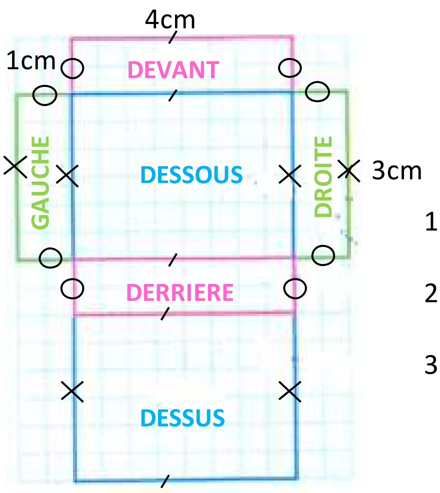
A savoir

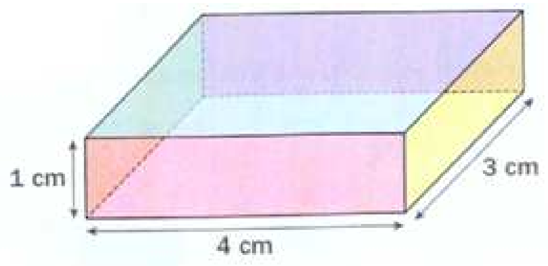


Exercice corrigé

Construire le patron d'un pavé droit

Exemple : Construire un patron du pavé droit ci-contre





1. Tu commences, par exemples, par tracer la face du **dessous** avec les vraies dimensions.
2. Tu traces ensuite les quatre faces qui l'entourent, celles de **devant** et de **derrière** et celles de **gauche** et de **droite**.
3. Tu termines le patron en plaçant la **6ème face**, celle du **dessus.**

Exercice

Construis le patron correspondant à ce pavé droit

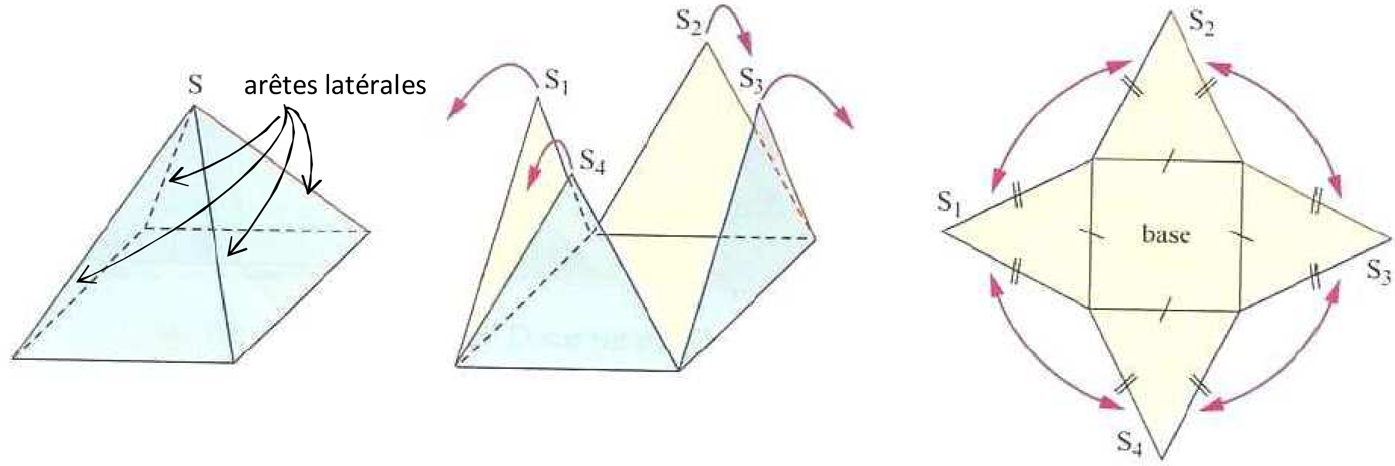
ESPACE

Construire un patron d'une pyramide régulière

Exercice corrigé

Construire le patron d'une pyramide régulière

Exemple : construire le patron d'une pyramide régulière à base carrée



On commence, par exemple, par tracer la base.
Puis avec le compas et la règle, on trace les triangles isocèles autour de la base (il y a autant de triangles que de côtés formant la base)

Exercice

Construis le patron d'une pyramide dont la base est un rectangle
de longueur 4 cm et de largeur 2 cm et dont les arêtes latérales mesurent 5cm.

ESPACE

Construire un patron d'un prisme droit

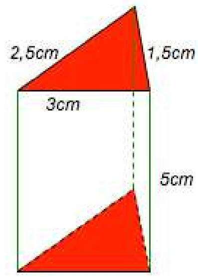
A savoir

Définition

Un **prisme droit** est un solide qui possède :

- Deux polygones superposables pour faces parallèles, appelées **bases**
- Des rectangles pour toutes les autres faces appelées **faces latérales**

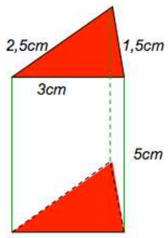
Les bases du prisme ci-contre sont des triangles.



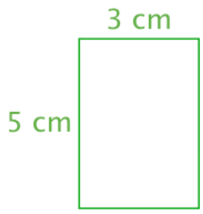
Exercice corrigé

Méthode : construire un patron d'un prisme droit

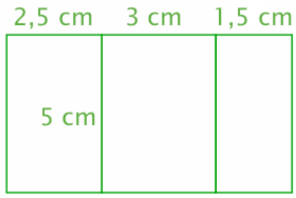
Exemple : Fabriquer le patron du prisme ci-contre :



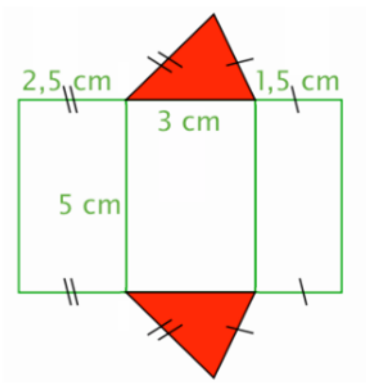
On commence par dessiner une face latérale du prisme, par exemple, le rectangle de dimensions 5 cm et 3 cm.



On dessine ensuite les deux autres faces latérales :
- un rectangle de dimensions 5 cm et 1,5 cm.
- un rectangle de dimensions 5 cm et 2,5 cm.

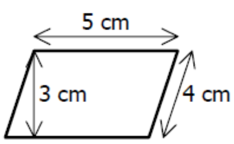


On termine en représentant les bases qui sont deux triangles identiques de dimensions 3 cm, 2,5 cm et 1,5 cm.



Exercice

Construire le patron du prisme droit de hauteur 10cm dont une base est le parallélogramme suivant:



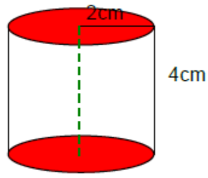
ESPACE

Construire un patron de cylindre

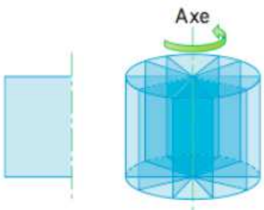
A savoir

Définition

Un cylindre est solide droit dont les bases sont des disques de même rayon.
La hauteur d'un cylindre est la longueur joignant les centres des bases.



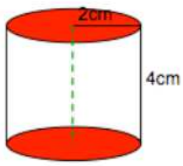
Remarque :
On obtient un cylindre de révolution en faisant tourner un rectangle autour d'un de ses côtés.



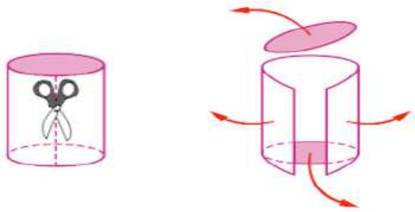
Exercice corrigé

Méthode : **construire un patron d'un cylindre de révolution**

Fabriquer le patron du cylindre ci-contre :

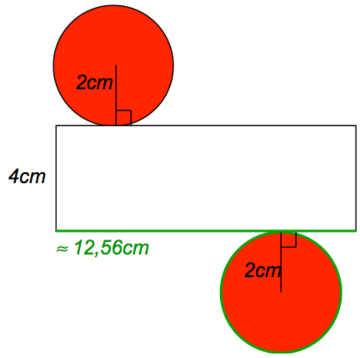


1) La face latérale du cylindre est un rectangle.
On commence par représenter cette face.



Une des dimensions de ce rectangle correspond à la hauteur du cylindre soit 4 cm.
L'autre dimension est égale au périmètre de la base (le disque), soit :
$2 \times \pi \times r \approx 2 \times 3,14 \times 2 \approx 12,56$ cm.
On trace donc un rectangle de dimension 12,56 cm et 4 cm.

2) Pour terminer le patron, il suffit de représenter les bases du cylindre soit deux disques de rayon 2 cm.



Exercice

Construire le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 6,5cm et dont les bases ont pour rayon 3cm.